

**ESTUDIO DE AUTOSIMILITUD EN LA RED ETHERNET DE LA FUNDACIÓN  
UNIVERSITARIA SAN MARTÍN SEDE BOGOTÁ CON BASE EN LA  
TRANSFORMADA WAVELET**

**MAURICIO GONZÁLEZ HERNÁNDEZ**

**FUNDACIÓN UNIVERSITARIA SAN MARTÍN  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
PROGRAMA DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES  
BOGOTÁ  
2010 I**

**ESTUDIO DE AUTOSIMILITUD EN LA RED ETHERNET DE LA FUNDACIÓN  
UNIVERSITARIA SAN MARTÍN SEDE BOGOTÁ CON BASE EN LA  
TRANSFORMADA WAVELET**

**MAURICIO GONZÁLEZ HERNÁNDEZ  
042020**

**emyieich@hotmail.com**

**MONOGRAFÍA DE GRADO**

**ASESOR TÉCNICO  
ING. IVÁN DARÍO LADINO VEGA**

**FUNDACIÓN UNIVERSITARIA SAN MARTÍN  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
PROGRAMA DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES  
BOGOTÁ  
2010 I**

**Nota de aceptación**

---

---

---

---

---

---

---

**Ing. Iván Darío Ladino Vega**  
**Asesor**

---

**Ing. Jorge Alberto Arévalo Aldana**  
**Jurado 1**

---

**Ing. Joaquín Fernando Sánchez Cifuentes**  
**Jurado 2**

Bogotá 1 De Junio De 2010

A mi familia, por su ejemplo y  
apoyo incondicional en cada  
momento de mi vida

A todos aquellos que  
me acompañaron  
durante mi carrera,  
docentes y estudiantes

## CONTENIDO

	Pág
INTRODUCCIÓN	18
1. PROBLEMA	19
2. JUSTIFICACIÓN	20
3. OBJETIVOS	21
3.1 OBJETIVO GENERAL	21
3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	21
4. MARCO REFERENCIAL	22
4.1 ANTECEDENTES	22
4.2 MARCO CONCEPTUAL	22
4.2.1 Probabilidad	23
4.2.2 Promedios estadísticos	25
4.2.3 Autocorrelación	27
4.2.4 Autocovarianza	27
4.2.5 Procesos estocásticos	28
4.2.6 Clasificación de procesos estocásticos	28
4.2.7 Fractal	30
4.2.8 Ingeniería de teletráfico	32
4.2.9 Ethernet	33

4.3	MARCO TEÓRICO	33
4.3.1	Introducción	33
4.3.2	Proceso de Poisson	33
4.3.3	Prueba de bondad de ajuste	35
4.3.4	Dependencia de corto alcance	37
4.3.5	Dependencia de largo alcance	37
4.3.6	Tráfico autosimilar	38
4.3.7	Parámetro Hurst	43
4.3.8	Ejemplos de procesos autosimilares	44
4.3.9	Implicaciones de la autosimilitud en el tráfico Ethernet	48
4.3.10	Estimadores del parámetro Hurst	49
4.3.11	Transformada Wavelet	50
4.3.12	Bellcore	54
4.4	ESTADO DEL ARTE	55
4.5	LIMITACIONES Y ALCANCES	56
5.	DISEÑO METODOLÓGICO	57
6.	DESARROLLO	58
6.1	BANCO DE MUESTRAS	58
6.1.1	Estructura red FUSM	58
6.1.2	Sede central	59

6.1.3	Punto para la toma de las muestras	62
6.1.4	Toma de las muestras	63
6.1.5	Muestras	66
6.2	ESTUDIO DE CARACTERÍSTICAS DE DISTRIBUCIÓN POISSON	67
6.3	ESTUDIO DE DEPENDENCIA DE LARGO ALCANCE Y AUTOSIMILITUD 71	
6.3.1	Serie agregada	71
6.3.2	Parámetro Hurst	73
6.4	USO DE LA TRANSFORMADA WAVELET	74
7.	PRUEBAS Y RESULTADOS	76
7.1	PRUEBA DE BONDAD DE AJUSTE	76
7.1.1	BC-Aug89	76
7.1.2	BC-Oct89	77
7.1.3	Muestra 1	78
7.1.4	Muestra 2	79
7.1.5	Muestra 3	80
7.1.6	Muestra 4	81
7.1.7	Muestra 5	82
7.2	AUTOSIMILITUD Y DEPENDENCIA DE LARGO ALCANCE	83
7.2.1	BC-Aug89	84

7.2.2	BC-Oct89	84
7.2.3	Muestra 1	84
7.2.4	Muestra 2	86
7.2.5	Muestra 3	88
7.2.6	Muestra 4	89
7.2.7	Muestra 5	91
7.3	TRANSFORMADA WAVELET	93
7.3.1	BC-Aug89	93
7.3.2	BC-Oct89	93
7.3.3	Muestra 1	94
7.3.4	Muestra 2	95
7.3.5	Muestra 3	95
7.3.6	Muestra 4	96
7.3.7	Muestra 5	96
8.	CONCLUSIONES	98
9.	RECOMENDACIONES	100

## LISTA DE TABLAS

	pág.
Tabla 1. División de programas por sedes	59
Tabla 2. Banco de muestras	66
Tabla 3. Paquetes del banco de muestras	70
Tabla 4. Valores prueba bondad de ajuste	83
Tabla 5. Parámetro Hurst por gráfica Varianza-Tiempo	92
Tabla 6. Parámetro Hurst por transformada Wavelet Bellcore	94
Tabla 7. Parámetro Hurst por transformada Wavelet muestras	97
Tabla 8. Resumen parámetro Hurst banco de muestras	97

## LISTA DE ECUACIONES

	pág.
Ecuación 1. Función de distribución acumulativa	23
Ecuación 2. Propiedad 1 de FDA	24
Ecuación 3. Propiedad 2 de FDA	24
Ecuación 4. Propiedad 3 de FDA	24
Ecuación 5. Propiedad 4 de FDA	24
Ecuación 6. Función de densidad de probabilidad	25
Ecuación 7. Relación FDA y fdp	25
Ecuación 8. Propiedad 1 fdp	25
Ecuación 9. Propiedad 2 fdp	25
Ecuación 10. Media caso continuo	26
Ecuación 11. Media caso discreto	26
Ecuación 12. Momento	26
Ecuación 13. Momento central	26
Ecuación 14. Varianza caso continuo	27
Ecuación 15. Varianza caso discreto	27
Ecuación 16. Desviación estándar	27
Ecuación 17. Autocorrelación	27
Ecuación 18. Autocovarianza	27
Ecuación 19. Propiedad 1 estacionariedad en un sentido amplio	29
Ecuación 20. Propiedad 2 estacionariedad en un sentido amplio	29
Ecuación 21. Propiedad 1 estacionariedad	29
Ecuación 22. Propiedad 2 estacionariedad	29
Ecuación 23. Media para función muestra $x(t)$	30
Ecuación 24. Autocorrelación para función muestra $x(t)$	30
Ecuación 25. Media para ergocidad	30
Ecuación 26. Autocorrelación para ergocidad	30
Ecuación 27. Probabilidad de un proceso Poisson	34
Ecuación 28. Normalización proceso Poisson	34

Ecuación 29. Valor medio proceso Poisson	34
Ecuación 30. Desviación proceso Poisson	35
Ecuación 31. Distribución exponencial	35
Ecuación 32. Valor esperado distribución exponencial	35
Ecuación 33. Varianza distribución exponencial	35
Ecuación 34. Chi Cuadrado	36
Ecuación 35. Kolmogorov-Smirnov	37
Ecuación 36. Autocorrelación dependencia de corto alcance	37
Ecuación 37. Autocorrelación dependencia de largo alcance	38
Ecuación 38. Factor $r$ para fractales	38
Ecuación 39. Dimensión fractal	39
Ecuación 40. Condición media para autosimilar	41
Ecuación 41. Condición varianza para autosimilar	41
Ecuación 42. Condición autocorrelación para autosimilar	41
Ecuación 43. Serie agregada	41
Ecuación 44. Ejemplo serie agregada	41
Ecuación 45. Varianza para autosimilitud de segundo orden	42
Ecuación 46. Autocorrelación para autosimilitud de segundo orden	42
Ecuación 47. Varianza para autosimilitud asintótica de segundo orden	42
Ecuación 48. Autocorrelación para autosimilitud asintótica de segundo orden	42
Ecuación 49. Relación Hurst-Beta	44
Ecuación 50. Relación Hurst-Alfa	44
Ecuación 51. Movimiento Browniano	45
Ecuación 52. Distribución del Movimiento Browniano	45
Ecuación 53. Varianza del Movimiento Browniano	45
Ecuación 54. Autocorrelación Movimiento Browniano	45
Ecuación 55. Movimiento Browniano Fraccional	45
Ecuación 56. Colas hiperbólicas	46
Ecuación 57. Función de distribución acumulativa Pareto	47
Ecuación 58. Función de densidad de probabilidad Pareto	47
Ecuación 59. Valor medio Pareto	47

Ecuación 60. Gráfico Varianza-Tiempo	49
Ecuación 61. Gráfica R/S	49
Ecuación 62. Media para gráfica R/S	49
Ecuación 63. Característica 1 R/S	50
Ecuación 64. Característica 2 R/S	50
Ecuación 65. Wavelet básica	51
Ecuación 66. Transformada Wavelet continua	51
Ecuación 67. Conjunto de coeficientes Wavelet	52
Ecuación 68. Aproximación Wavelet	52
Ecuación 69. Detalle Wavelet	52
Ecuación 70. Coeficientes Wavelet	53
Ecuación 71. Propiedad 1 Wavelet	54
Ecuación 72, Propiedad 2 Wavelet	54
Ecuación 73. Estimador varianza	54

## LISTA DE FIGURAS

	pág.
Figura 1. Ejemplo FDA	24
Figura 2. Ejemplo fdp	25
Figura 3. Clasificación procesos estocásticos	28
Figura 4. Carpeta de Sierpinski	30
Figura 5. Copo de nieve	31
Figura 6. Fractal por DLA	31
Figura 7. Conjunto de Mandelbrot	32
Figura 8. Copo de nieve de Von Koch	39
Figura 9. Autosimilitud estocástica	40
Figura 10. Suma de procesos on/off	46
Figura 11. Funciones de densidad de probabilidad Pareto	48
Figura 12. Aproximaciones de la función escala	53
Figura 13. Topología red FUSM	58
Figura 14. Topología sede central	59
Figura 15. VLAN servidores	60
Figura 16. VLAN funcionarios	61
Figura 17. VLAN salas de computo	61
Figura 18. Punto para la toma de la muestras	62
Figura 19. Selección NIC	63
Figura 20. History samples	64
Figura 21. Selección de paquetes	64
Figura 22. Gráfica Paquetes Vs. Tiempo	65
Figura 23. Exportación de las muestras	65
Figura 24. Salvar datos	66
Figura 25. Oracle Crystal Ball	67
Figura 26. Importación de datos	67
Figura 27. Paso 1 para importar	68
Figura 28. Paso 2 para importar	68

Figura 29. Paso 3 para importar	69
Figura 30. Selección de prueba de bondad de ajuste	69
Figura 31. Selección de parámetros de prueba de bondad de ajuste	70
Figura 32. Guardar archivo paquetes	71
Figura 33. Diagrama de flujo de serie agregada	72
Figura 34. Datos función serieAgregada39	72
Figura 35. Creación de varSA_T.mat	73
Figura 36. Diagrama de flujo de Hurst	74
Figura 37. Diagrama de flujo de transformada Wavelet	75
Figura 38. Prueba de bondad de ajuste para BC-Aug89	76
Figura 39. Valores prueba de bondad de ajuste para BC-Aug89	76
Figura 40. Prueba de bondad de ajuste para BC-Oct89	77
Figura 41. Valores prueba de bondad de ajuste para BC-Oct89	77
Figura 42. Prueba de bondad de ajuste para muestra 1	78
Figura 43. Valores prueba de bondad de ajuste para muestra 1	78
Figura 44. Prueba de bondad de ajuste para muestra 2	79
Figura 45. Valores prueba de bondad de ajuste para muestra 2	79
Figura 46. Prueba de bondad de ajuste para muestra 3	80
Figura 47. Valores prueba de bondad de ajuste para muestra 3	80
Figura 48. Prueba de bondad de ajuste para muestra 4	81
Figura 49. Valores prueba de bondad de ajuste para muestra 4	81
Figura 50. Prueba de bondad de ajuste para muestra 5	82
Figura 51. Valores prueba de bondad de ajuste para muestra 5	82
Figura 52. Gráfica Varianza-Tiempo BC-Aug89	84
Figura 53. Gráfica Varianza-Tiempo BC-Oct89	84
Figura 54. Diferentes escalas muestra 1	85
Figura 55. Autocorrelación muestra 1 a diferentes agregaciones	85
Figura 56. Gráfica Varianza-Tiempo muestra 1	86
Figura 57. Diferentes escalas muestra 2	86
Figura 58. Autocorrelación muestra 2 a diferentes agregaciones	87
Figura 59. Gráfica Varianza-Tiempo muestra 2	87

Figura 60. Diferentes escalas muestra 3	88
Figura 61. Autocorrelación muestra 3 a diferentes agregaciones	88
Figura 62. Gráfica Varianza-Tiempo muestra 3	89
Figura 63. Diferentes escalas muestra 4	89
Figura 64. Autocorrelación muestra 4 a diferentes agregaciones	90
Figura 65. Gráfica Varianza-Tiempo muestra 4	90
Figura 66. Diferentes escalas muestra 5	91
Figura 67. Autocorrelación muestra 5 a diferentes agregaciones	91
Figura 68. Gráfica Varianza-Tiempo muestra 5	92
Figura 69. Transformada Wavelet BC-Aug89	93
Figura 70. Transformada Wavelet BC-Oct89	93
Figura 71. Transformada Wavelet muestra 1	94
Figura 72. Transformada Wavelet muestra 2	95
Figura 73. Transformada Wavelet muestra 3	95
Figura 74. Transformada Wavelet muestra 4	96
Figura 75. Transformada Wavelet muestra 5	96

## LISTA DE ANEXOS

	pág.
Anexo 1. Valores críticos de la distribución Chi Cuadrado	108
Anexo 2. Valores críticos de la distribución Kolmogorov-Smirnov	110
Anexo 3. Código programa serieAgregada39	111
Anexo 4. Código programa Hurst	111
Anexo 5. Código transformada Wavelet	112

## RESUMEN

Esta monografía hace un estudio acerca de la red Ethernet de la Fundación Universitaria San Martín FUSM Sede Bogotá, en la cual se obtienen características acerca del tráfico presente en la misma, para que estas sirvan como base para posteriores estudios y modelados de la red.

El desarrollo del proyecto está dividido en cuatro partes, durante las últimas tres etapas se realiza el mismo procedimiento con las muestras de tráfico real obtenidas por los laboratorios Bellcore, para así verificar que los procedimientos aplicados son de confianza y seguridad al compararlos con resultados conocidos de las mismas (Jones & Shen, 2005), (Rodríguez Ramirez, 2007), (Avila Arias, 2006). La primera etapa consta del banco de muestras obtenido, en este se describe la topología de la red Ethernet de la FUSM, bajo qué criterios y condiciones se realizó la toma de muestras, referente a la escogencia del punto y los horarios de las mismas. La segunda etapa consta de un análisis para descartar que las muestras estén bajo condiciones de características de proceso de Poisson, es decir, anular la conjetura de que tengan memoria nula. En la tercera etapa las muestras son sometidas al análisis para determinar su parámetro Hurst, mediante el cual se comprueban su dependencia de largo alcance y sus características autosimilares. Finalmente, en la cuarta etapa, se utiliza la transformada Wavelet, herramienta característica en el análisis multiresolución, y de menor costo computacional que otros estimadores, para comparar los resultados del parámetro Hurst. Así, de esta forma inferir los resultados sobre las características inherentes de la red FUSM.

## INTRODUCCIÓN

Durante la última década diversos estudios han permitido descubrir la complejidad existente en el tráfico: dependencia de largo alcance y autosimilitud. Esto no era necesario en las redes únicamente telefónicas, redes de colas modeladas con tráfico Poisson, además de que se basan en muchas suposiciones, no se ajustan al tráfico visto en el mundo real. Igualmente con la llegada de Internet, esta distancia entre lo real y modelado se hace cada vez más amplia, debido a que se ofrecen servicios con diferente calidad de servicio como tráfico de voz, datos, video, multimedia.

Uno de los factores significantes en la evolución de las telecomunicaciones ha sido la globalización de las prestaciones, la entrada de Internet y una mayor conectividad, diferentes tipos de servicio, los cuales llevan a exigencias de calidad de servicio muy variadas. Este cambio hace de las redes actuales un objeto de estudio de gran interés.

Esta área de investigación es vital en la tecnología, la cual está en constante evolución, y cada vez más forma parte en un nivel social, ya que la ausencia de implementación de características autosimilares repercutiría y afectaría la globalización y conectividad del mundo y de las personas, factor cada vez más exigido.

Ante esta insuficiencia en el modelamiento de tráfico se pretende encontrar una herramienta mediante la cual se logren extraer de forma adecuada las características autosimilares de las redes, se pretende dar respuesta a esta dificultad con ayuda de la transformada Wavelet, para de esta forma lograr obtener patrones de red.

## 1. PROBLEMA

La ingeniería de teletráfico ha permitido modelar y optimizar durante décadas las redes de telecomunicaciones. En un principio estas redes eran solo de uso telefónico por lo cual tenían características de memoria nula, y su modelado era posible con una distribución de Poisson, la cual se ajustaba a las condiciones de ese entonces (Stalling, 2004) (Rodríguez Ramirez, 2007).

Con la evolución de las redes e igualmente de las necesidades del usuario es inevitable posponer de un modelamiento de tráfico con relaciones de dependencia de largo alcance y autosimilitud (Cano Bastidas, 2006), en caso contrario, las redes de telecomunicaciones serian insuficientes para controlar y gestionar estas características.

Debido a estos cambios en los requerimientos de la red, para asegurar un funcionamiento óptimo de la misma, se deben realizar inmediatamente estudios enfocados en la dependencia de largo alcance, los cuales tengan como contenidos centrales la detección de los fenómenos de escala para determinar sus parámetros; el análisis de las redes bajo tráfico autosimilar, enfocado al diseño de mecanismos de control de tráfico, logrando así la asignación de recursos requeridos en la actualidad. (Alzate Monroy, 2002).

## 2. JUSTIFICACIÓN

La evolución de las telecomunicaciones ha sido determinada por la globalización de las prestaciones, la entrada de Internet y una mayor conectividad; diferentes tipos de servicio, los cuales llevan a exigencias de calidad de servicio muy variadas. Este cambio hace de las redes actuales un objeto de estudio de gran interés.

Una razón importante para su estudio es la eficiencia que se puede lograr implementando una técnica de modelado de tráfico autosimilar, mediante la cual se obtendrá cada vez más una ganancia en el tiempo, disminuyendo los tiempos de servicio del usuario sin disminuir su calidad (incluso aumentándola), ya que permitirá controlar y gestionar correctamente el tráfico en las redes, y esto se verá reflejado en el factor económico de una empresa prestadora de servicio de redes.

Un modelamiento óptimo de las redes de telecomunicaciones actuales permitirá el avance y progreso de la tecnología, la cual en la actualidad está vinculada en mayor nivel con la sociedad, estando desde dispositivos de uso básico hasta de última generación e indispensables, permitiendo brindar una mejor calidad de servicio al identificar las exigencias de las redes, logrando una optimización y control de los recursos.

El proyecto de grado aportará un estudio acerca de las características inherentes en una red local, como es la red Ethernet de la Fundación Universitaria San Martín Sede Bogotá, y podrá ser la base para posteriores trabajos de modelamiento de tráfico y autosimilitud, en los cuales se tratará de encontrar la forma adecuada de aprovechar y desarrollar métodos para obtener patrones de interés de la red, y posteriormente un adecuado uso de los mismos.

### **3. OBJETIVOS**

#### **3.1 OBJETIVO GENERAL**

Realizar a través de la transformada Wavelet el análisis de tráfico para determinar características autosimilares en la red Ethernet de la Fundación Universitaria San Martín sede Bogotá.

#### **3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Diseñar y aplicar un procedimiento de toma de muestras de tráfico de la red Ethernet de la Fundación Universitaria San Martín sede Bogotá.
- Diseñar y aplicar un software para realizar el análisis del banco de muestras para determinar sus características de autosimilitud y/o Poisson, y la dependencia de largo alcance.
- Establecer las características de autosimilitud mediante la transformada Wavelet del tráfico obtenido en el banco de muestras.

## **4. MARCO REFERENCIAL**

### **4.1 ANTECEDENTES**

Desde hace décadas, la teoría fractal ha sido de interés para el ser humano, realizando estudios entre los años 1945 y 1990, arrojando datos sobre la dimensión fractal de las ciudades: Londres con 1.77, Berlín con 1.69, y San Petersburgo con 1.78. De igual manera se destaca la naturaleza fractal en fenómenos naturales como las ramas de un árbol, las descargas eléctricas en una tormenta y fracturas del cuerpo humano. (Talanquer, 2006).

Desde 1933 se han publicado estudios que han documentado y analizado el patrón de tráfico de datos, el cual se modela bien mediante la autosimilitud en una gran variedad de situaciones del mundo real y de las redes (Leland, Taqqu, Willinger, & Wilson, 1994). Se planteó modelar el tráfico Ethernet como si estuviera siendo generado por la superposición de fuentes ON/OFF, en el tráfico de la World Wide Web se realizó un análisis similar a través de los datos recolectados en 37 navegadores web (Berkeley National Laboratory Lawrence, 2008).

Un estudio acerca del tráfico TCP de área extensa, al igual que los estudios de tráfico FTP y TELNET arrojaron conclusiones en las cuales se notaba que los modelos de Poisson subestimaban gravemente la aparición de ráfagas (característica autosimilar), tampoco el tiempo entre llegadas con distribución exponencial se asemejaba a la realidad de las redes (Alzate Monroy, 2004).

Se han efectuado investigaciones sobre diversos modelos de tráfico que han permitido establecer la naturaleza fractal presente en las redes de telecomunicaciones modernas, a través de la aleatoriedad de las demandas de los usuarios. (Cano Bastidas, 2006).

A un nivel local, en la Fundación Universitaria San Martín sede Bogotá se han desarrollado proyectos de grado los cuales mediante trazas capturadas por los laboratorios Bellcore, se han analizado y modelado mediante el Movimiento Browniano Fraccional (Rodríguez Ramirez, 2007) y la transformada Wavelet (Avila Arias, 2006), y recientemente se ha hecho una simulación y comparación de colas con fuentes exponenciales y autosimilares (Rodríguez García, 2009) .

### **4.2 MARCO CONCEPTUAL**

Durante las últimas décadas se han presentado fenómenos que influyen en la evolución de las telecomunicaciones, como ha sido la globalización de las

prestaciones, el gran apogeo de Internet y de la World Wide Web, lo cual apunta hacia una mayor conectividad y la integración de una variedad de servicios con diferentes calidad de servicio y exigencias, todo esto presente en la misma red.

#### **4.2.1 Probabilidad**

En el análisis y posterior modelamiento de tráfico se hace evidente el uso de conceptos fundamentales de la teoría de la probabilidad y estadística, ya que el volumen del tráfico (medido en paquetes, bytes o bites), entre otros valores de interés, se maneja como una variable aleatoria.

##### **4.2.1.1 Experimento aleatorio**

Un experimento se denomina experimento aleatorio si sus resultados no se pueden predecir con exactitud debido a que las condiciones bajo las cuales se lleva a cabo no se pueden predeterminar con suficiente precisión y exhaustividad (Lathi, 1998), como son los casos del lanzamiento de una moneda o el de un dado, o la siguiente carta en una baraja, donde no es posible realizar una predicción de su próximo resultado. Se denomina espacio muestral al conjunto de todos los posibles resultados (identificados por separado) del experimento aleatorio.

##### **4.2.1.2 Variable aleatoria**

Una variable aleatoria es una función que asigna un número real (en algunos casos es una “expresión”, como cara o sello en el lanzamiento de la moneda) a todos y cada uno de los resultados que hacen parte del espacio muestral del experimento aleatorio (Walpole, Myers, & Myers, 2000).

Las variables aleatorias se clasifican en tipo continuo o discreto, depende de la cantidad de valores reales que tomen: si puede tomar cualquier valor en un intervalo, pertenecen al tipo continuo; si son contables son del tipo discreto (sin importar que el conjunto tenga una cantidad finita o infinita de valores)

##### **4.2.1.3 Función de distribución acumulativa**

La Función de Distribución Acumulativa (FDA) es la probabilidad de que la variable aleatoria tome valores menores o iguales a  $X$  (Stalling, 2004)

Ecuación 1. Función de distribución acumulativa

$$F_X(x) = P(X \leq x)$$

Esta función cumple con las siguientes propiedades:

Ecuación 2. Propiedad 1 de FDA

$$F_X(x) \geq 0$$

Ecuación 3. Propiedad 2 de FDA

$$F_X(\infty) = 1$$

Ecuación 4. Propiedad 3 de FDA

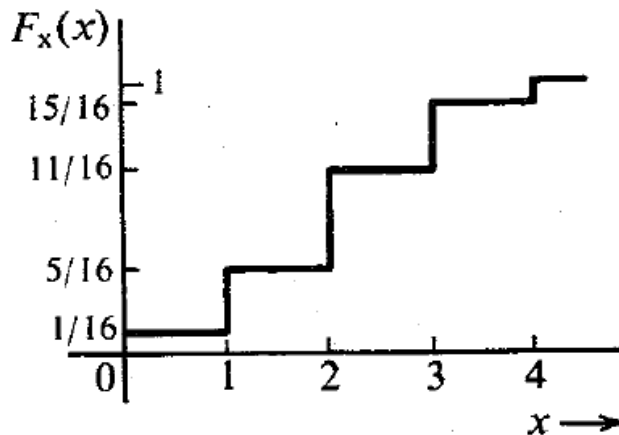
$$F_X(-\infty) = 0$$

Ecuación 5. Propiedad 4 de FDA

$$F_X(x_1) \leq F_X(x_2) \text{ para } x_1 \leq x_2$$

La ecuación 5 determina que FDA es una función no decreciente para todos los intervalos en los que se encuentra definida

Figura 1. Ejemplo FDA



(Lathi, 1998)

En la Figura 1 se ilustra la propiedad de FDA de ser una función no decreciente.

#### 4.2.1.4 Función de densidad de probabilidad

La función de densidad de probabilidad (fdp) de una variable aleatoria  $x$  es la probabilidad de encontrar  $x$  en el intervalo  $(x, x+\Delta x)$  (Lathi, 1998)

Ecuación 6. Función de densidad de probabilidad

$$\rho(x) = \frac{dF_X(x)}{dx}$$

Existe una fórmula por medio de la cual se relaciona la función de distribución acumulativa FDA y la función de densidad de probabilidad fdp

Ecuación 7. Relación FDA y fdp

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x \rho_X dx$$

(Walpole, Myers, & Myers, 2000)

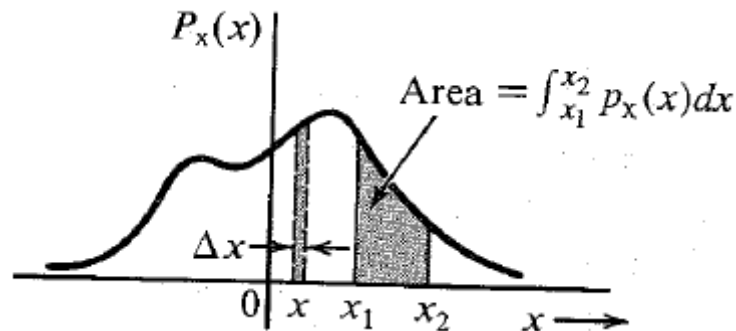
Ecuación 8. Propiedad 1 fdp

$$P(x_1 < X \leq x_2) = F_X(x_2) - F_X(x_1)$$
$$P(x_1 < X \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} \rho_X(x) dx$$

Ecuación 9. Propiedad 2 fdp

$$\int_{-\infty}^{\infty} \rho_X(x) dx = 1$$

Figura 2. Ejemplo fdp



(Lathi, 1998)

#### 4.2.2 Promedios estadísticos

Los promedios estadísticos permiten caracterizar el comportamiento de una variable aleatoria, con la finalidad de comprender sus tendencias:

#### 4.2.2.1 Media

Es la suma del producto de todos y cada uno de los valores que toma la variable aleatoria por su frecuencia relativa de aparición (Avila Arias, 2006)

Ecuación 10. Media caso continuo

$$\mu = E[X] = \bar{X} = \int_{-\infty}^{\infty} X \rho_X(x) dx$$

Ecuación 11. Media caso discreto

$$\mu = E[X] = \bar{X} = \sum_i X_i \rho_X(x_i)$$

De forma intuitiva, la media es la cantidad total de la variable distribuida en partes iguales entre cada muestra, es una forma de resumir la información de una distribución suponiendo que cada muestra tenga la misma cantidad de la variable

#### 4.2.2.2 Varianza

Se denomina el  $n^{th}$  momento de una variable aleatoria X como el valor medio de  $X^n$  (Lathi, 1998)

Ecuación 12. Momento

$$\overline{X^n} = \int_{-\infty}^{\infty} X^n \rho_X(x) dx$$

El  $n^{th}$  momento central de una variable aleatoria X es:

Ecuación 13. Momento central

$$\overline{(X - \mu)^n} = \int_{-\infty}^{\infty} (X - \mu)^n \rho_X(x) dx$$

El segundo momento central de una variable aleatoria X se denomina varianza: es el promedio del cuadrado de las distancias entre cada dato y su media (Walpole, Myers, & Myers, 2000)

Ecuación 14. Varianza caso continuo

$$\sigma_X^2 = Var(X) = E[(X - \mu)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (X - \mu)^2 \rho_X(x) dx$$

Ecuación 15. Varianza caso discreto

$$\sigma_X^2 = Var(X) = E[(X - \mu)^2] = \sum_X (x - \mu)^2 \rho_X(x)$$
$$\sigma_X^2 = Var(X) = E[X^2] - E^2[X]$$

#### 4.2.2.3 Desviación Estándar

Es la raíz cuadrada de la varianza, es la medida de la anchura de la función de densidad de probabilidad, lo cual indica una distancia hacia la derecha y hacia la izquierda desde la media (Walpole, Myers, & Myers, 2000)

Ecuación 16. Desviación estándar

$$\sigma_X = \sqrt{Var(x)}$$

#### 4.2.3 Autocorrelación

La función de autocorrelación es de gran utilidad para hallar patrones repetitivos dentro de una función o señal, nos entrega la información acerca de la similitud que hay entre la señal y una versión de ella misma desplazada en el tiempo. (López Basa, 2006)

Ecuación 17. Autocorrelación

$$R_X(\tau) = \frac{E[(X_{t_1} - \mu)(X_{t_2} - \mu)]}{\sigma^2}$$

#### 4.2.4 Autocovarianza

Se define como la medida de la variabilidad entre 2 variables aleatorias de un proceso estocástico. La autocovarianza se expresa en términos de la autocorrelación:

Ecuación 18. Autocovarianza

$$C(\tau) = R_X(\tau) - \mu^2$$

#### 4.2.5 Procesos estocásticos

Un proceso estocástico es una variable aleatoria que es función del tiempo  $x(t)$ . Para especificar una variable aleatoria  $x$ , se repite el experimento una gran cantidad de veces y de los resultados se determina la densidad de probabilidad  $p(x)$ . De manera similar, para especificar un Proceso Estocástico  $x(t)$  se realiza lo mismo por cada valor de  $t$ .

La colección de todas las posibles formas de onda es conocido como conjunto del proceso estocástico  $x(t)$ , igual al espacio muestral para variables aleatorias. Una forma de onda de la colección es una función de muestra de un proceso estocástico, igual a un punto muestra para variables aleatorias. Para una variable aleatoria el resultado de cada prueba en el experimento es un número, para un proceso estocástico el resultado de cada prueba en un experimento es una forma de onda en función de  $t$ . (Lathi, 1998)

Es importante especificar el proceso estocástico, en algunos casos se debe hacer analíticamente; en otros debe ser un conjunto obtenido experimentalmente. Del conjunto se encontrará alguna medida cuantificable que caracterice el proceso estocástico. Un proceso estocástico al igual que una variable aleatoria posee características estadísticas. (Avila Arias, 2006)

#### 4.2.6 Clasificación de procesos estocásticos

Partiendo de su descripción en las características estadísticas los procesos estocásticos se clasifican dependiendo de su comportamiento:

Figura 3. Clasificación procesos estocásticos



(Lathi, 1998)

#### 4.2.6.1 Estacionario en un sentido amplio

Proceso estocástico en el cual las características estadísticas del valor medio y la función de autocorrelación son independientes de un cambio en el tiempo. Esta propiedad tiene el objetivo de predecir eventos basándose en la historia del proceso, para realizar suposiciones del comportamiento futuro (Stalling, 2004).

Ecuación 19. Propiedad 1 estacionariedad en un sentido amplio

$$E[x(t)] = \text{constante}$$

Ecuación 20. Propiedad 2 estacionariedad en un sentido amplio

$$R_x(t_1, t_2) = R_x(\tau) \quad \tau = t_2 - t_1$$

#### 4.2.6.2 Proceso estacionario

Es un proceso estocástico cuyas características estadísticas invariantes al tiempo son la media, la autocorrelación y las distribuciones, de primer y segundo orden, es decir, si realizamos un desplazamiento en el tiempo, se conservan:

Ecuación 21. Propiedad 1 estacionariedad

$$R_x(t_1, t_2) = R_x(t_2 - t_1)$$

Ecuación 22. Propiedad 2 estacionariedad

$$R_x(\tau) = E[x(t)x(t + \tau)]$$

La estacionariedad es una condición mucho más fuerte que la estacionariedad en un sentido amplio: todos los procesos estacionarios son estacionarios en un sentido amplio, pero lo contrario no es necesariamente cierto.

#### 4.2.6.3 Ergodicidad

La media y la función de autocorrelación mencionados hasta el momento se refieren a promedios de conjunto, pero también se pueden definir promedios para cada función muestra (Lathi, 1998):

Los procesos ergódicos son aquellos en los que los promedios de conjunto son iguales a los promedios de cualquier función muestra. Un proceso ergódico es necesariamente un proceso estacionario, pero lo contrario no es cierto.

Ecuación 23. Media para función muestra  $x(t)$

$$\overline{x(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) dt$$

Ecuación 24. Autocorrelación para función muestra  $x(t)$

$$R_x(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t)x(t + \tau) dt$$

Ecuación 25. Media para ergodicidad

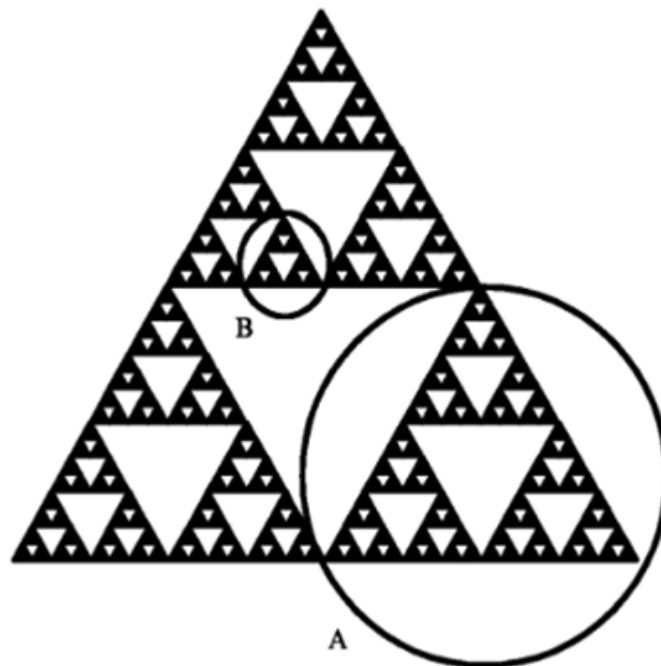
$$\overline{X(t)} = \overline{x(t)}$$

Ecuación 26. Autocorrelación para ergodicidad

$$R_X(\tau) = \overline{R_x(\tau)}$$

#### 4.2.7 Fractal

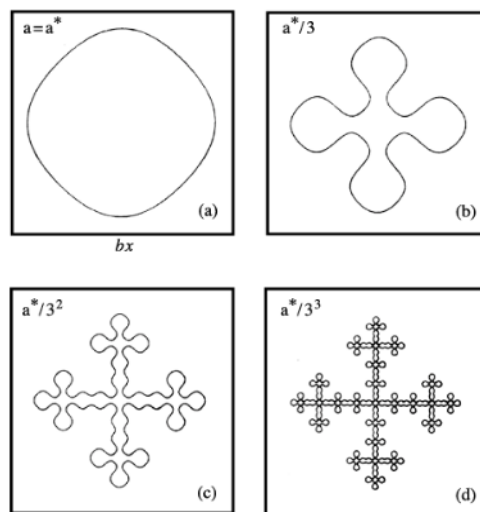
Figura 4. Carpeta de Sierpinski



(Talanquer, 2006)

Los fractales son objetos o figuras geométricas con dimensión fraccional, son de gran utilidad para analizar la estructura de formas naturales y artificiales complejas, desde el sistema de vasos capilares de nuestro cuerpo hasta la red de transporte en ciudades (Stalling, 2004). La carpeta de Sierpinski es un ejemplo de fractal con una dimensión de 1.584 unidades. Su principal característica es su estructura irregular, donde la forma, en algunos casos exactamente, se repite a escalas cada vez más pequeñas.

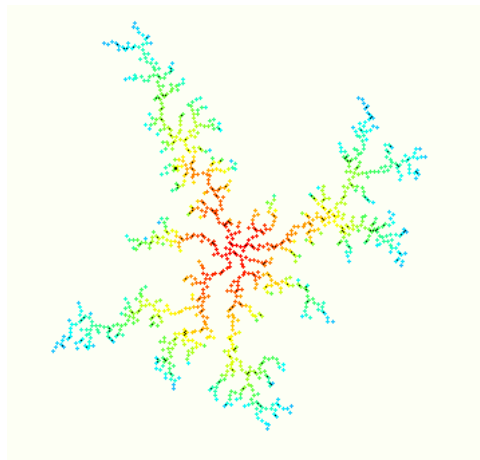
Figura 5. Copo de nieve



(Addison, 2002)\

La característica de autosimilitud se observa al escoger una parte cualquiera de su forma, y al ampliarla, la estructura que se verá será idéntica (o muy similar) a la figura total, como en la figura 4 y figura 5 (Addison, 2002).

Figura 6. Fractal por DLA

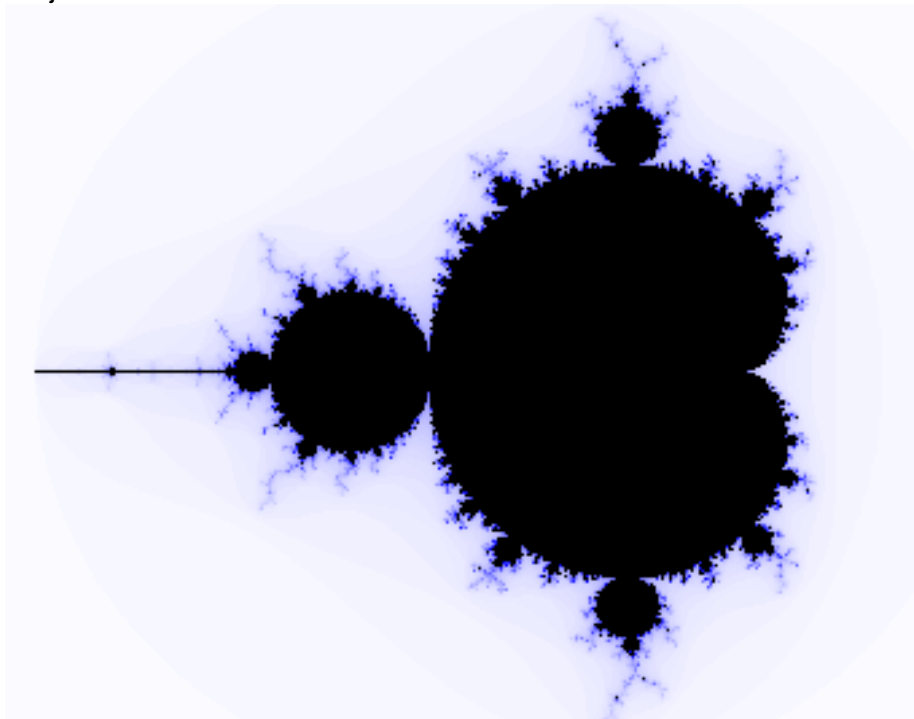


(Lam, 2006)

Un proceso en el cual se puede crear un fractal es Agregación por Difusión Limitada (DLA por sus siglas en inglés, Diffusion Limited Aggregation), un proceso en el cual formas sometidas a pasos aleatorios debidos al movimiento browniano (explicado en detalle en la sección 4.3.8.1) se aglomeran para formar agregados de dichas formas.

En Internet se pueden encontrar numerosas páginas en las que se muestran gran variedad de fractales de formas naturales y formas complejas como en (Leberknight, 2010), (Lam, 2006), (The Pacific Graphics, 2007), (Universidad Nacional Autónoma de México, 2010).

Figura 7. Conjunto de Mandelbrot



(Leberknight, 2010)

#### **4.2.8 Ingeniería de teletráfico**

La ingeniería en redes y telecomunicaciones tiene como principal función y objetivo el uso de los modelos matemáticos para explicar la relación existente entre la capacidad de una red de comunicaciones, la demanda del servicio que los usuarios le exigen y el nivel de desempeño que la red puede ofrecer (Alzate Monroy, 2004).

Su teoría se basa en la aplicación del cálculo de probabilidades para dar una solución a problemas tales como planificación, prestación, operación y

mantenimiento de sistemas de redes de telecomunicaciones, se aplica a cualquier proceso donde se producen colas y sistemas de espera (Borray, Páez, & Wilches, 2001).

#### **4.2.9 Ethernet**

En las redes los fenómenos de fractalidad se han visto en muchos campos, siendo uno de ellos las redes Ethernet. Ethernet es un protocolo de acceso de red TCP/IP, estándar en las redes de computadoras LAN para interconectar terminales y compartir archivos e impresoras, entre otros. Es efectivo y ampliamente utilizado, la estructura de trama común se implementó a través de una variedad de tecnologías de medios, tanto de cobre como de fibra, lo que lo convierte en el protocolo LAN que más se utiliza en la actualidad (Cisco Networking Academy, 2010).

Con una implementación de los estándares IEEE 802.2 y IEEE 802.3, la trama de Ethernet brinda direccionamiento MAC y verificación de errores. Dado que es una tecnología de medios compartidos, se aplica el mecanismo CSMA/CD para administrar la utilización de los medios por parte de dispositivos múltiples (Avila Arias, 2006). El direccionamiento de capa 2 provisto por Ethernet admite comunicaciones unicast, multicast y broadcast. También utiliza el protocolo de resolución de direcciones para determinar las direcciones MAC de los destinos y mapearlos con direcciones de capa de red conocidas.

### **4.3 MARCO TEÓRICO**

#### **4.3.1 Introducción**

En un principio en las telecomunicaciones solo existían las redes telefónicas y bastaba con modelarlas con el proceso de Poisson, el cual tiene la característica de no tener memoria, dando a lugar a modelos simples de análisis y diseño (Alzate Monroy, 2001). Con el surgimiento de la globalización y de nuevas tecnologías, este modelo se volvió obsoleto e insuficiente, y se convirtió en una necesidad enfocar las investigaciones en procesos que presentaban características de dependencia de largo alcance y fenómenos de escala.

#### **4.3.2 Proceso de Poisson**

Proceso estocástico en el cual las variables aleatorias, el tiempo promedio de llegada y de utilización, están distribuidas exponencialmente y son independientes. Este proceso tiene las siguientes características (Walpole, Myers, & Myers, 2000):

- El número de resultados que ocurren en un intervalo o región específica es independiente del número que ocurre en cualquier otro intervalo o región del espacio disjunto. Con esta propiedad se ve que el proceso de Poisson tiene memoria nula.
- La probabilidad de que ocurra un solo resultado durante un intervalo muy corto o región pequeña es proporcional a la longitud del intervalo o al tamaño de la región y no depende del número de resultados que ocurren fuera de este intervalo o región.
- La probabilidad de que ocurra más de un resultado en tal intervalo o que caiga en tal región pequeña es insignificante.

#### 4.3.2.1 Distribución de probabilidad

La distribución de probabilidad de la variable aleatoria  $X$ , que representa el número de resultados que ocurren en un intervalo dado o región específica es (Rodríguez García, 2009):

Ecuación 27. Probabilidad de un proceso Poisson

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

Donde  $\lambda$  es la tasa promedio de llegadas de un usuario,  $e=2.718$  y  $x$  es la variable aleatoria.

#### 4.3.2.2 Propiedades del proceso de Poisson

Ecuación 28. Normalización proceso Poisson

$$\sum_{x=0}^{\infty} P_{\mu}(x) = 1$$

Ecuación 29. Valor medio proceso Poisson

$$\bar{x} = \sum_{x=0}^{\infty} x \frac{\mu^x}{x!} e^{-\mu} = \mu$$

Ecuación 30. Desviación proceso Poisson

$$\sigma = \sqrt{\mu}$$

#### 4.3.2.3 Características

- El número de éxitos que ocurren es al azar y los intervalos de tiempo son independientes unos de otros
- El valor esperado, la media, es igual a la varianza  $\mu=\lambda$
- El tiempo entre llegadas debe ser un número entero, convirtiéndola en discreta

#### 4.3.2.4 Distribución de probabilidad exponencial

Se deriva de los procesos de Poisson, tiene la función del tiempo promedio de cada llegada:

Ecuación 31. Distribución exponencial

$$f(x, \lambda) = \lambda e^{-\lambda x}$$

Para la distribución exponencial la variable aleatoria es continua, y los tiempos entre llegadas son aleatorios. Cumple con las siguientes propiedades:

Ecuación 32. Valor esperado distribución exponencial

$$E[X] = \frac{1}{\lambda}$$

Ecuación 33. Varianza distribución exponencial

$$Var(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$

#### 4.3.3 Prueba de bondad de ajuste

Tienen el objetivo de determinar si un conjunto de datos tiene una distribución teórica específica, la prueba se basa en que tan buen ajuste existe entre la frecuencia de ocurrencia de las observaciones en una muestra observada y las frecuencias esperadas que se obtienen a partir de la distribución hipotética.

### 4.3.3.1 Chi Cuadrado

Prueba de bondad de ajuste entre las frecuencias observadas y esperadas, se caracteriza por comparar entre la frecuencia observada en un intervalo de clase y la frecuencia esperada en dicho intervalo:

Ecuación 34. Chi Cuadrado

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}$$

Donde  $\chi^2$  es un valor de una variable aleatoria cuya distribución muestral se aproxima muy de cerca con la distribución chi cuadrado con  $v=k-1$  grados de libertad. Los símbolos  $o_i$  y  $e_i$  representan las frecuencias observada y esperada, respectivamente, para la  $i$ -ésima celda. (Walpole, Myers, & Myers, 2000). Se denomina celda a cada resultado posible de un experimento aleatorio.

Al comparar las frecuencias observadas con las frecuencias esperadas, se concluye si es posible que las discrepancias que ocurren se deban al resultado de fluctuaciones del muestreo. El número de grados de libertad que se asocia con la distribución chi cuadrado es igual a  $k-1$ , ya que existen solo  $k-1$  frecuencias de celdas libremente determinadas, se influye ya que al obtener las frecuencias de la celda  $k-1$ , queda determinada, implícitamente, la frecuencia de la  $k$ -ésima celda, es igual a la frecuencia total menos la suma de las frecuencias desde 1 hasta  $k-1$ .

Si las frecuencias observadas están cerca de las frecuencias esperadas el valor de  $\chi^2$  será pequeño, lo que indicaría un buen ajuste; si las frecuencias observadas difieren en gran medida de las frecuencias esperadas, el valor de  $\chi^2$  será grande y el ajuste será mínimo. La región crítica (cuando no hay un buen ajuste) cae en la cola derecha de la distribución chi cuadrado, para un nivel de significancia igual a  $\alpha$ , el valor crítico  $\chi^2_{\alpha}$ , y por consiguiente  $\chi^2 > \chi^2_{\alpha}$  constituye la región crítica (Ver Anexo 1). Para cumplir con este criterio de decisión cada una de las frecuencias esperadas debe ser igual o mayor a 5.

### 4.3.3.2 Kolmogorov-Smirnov

Prueba de bondad de ajuste cuyo objetivo es encontrar el grado de correspondencia entre la distribución de la frecuencia observada y la distribución de la frecuencia teórica, la prueba trabaja con la función de distribución de frecuencia acumulativa, siendo  $F_0(x)$  la función de distribución teórica para la variable  $x$ .  $\rightarrow F_0(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f_0(x, \theta) dx$ . El resultado de esta prueba es en

esencia la mayor distancia vertical entre las distribuciones acumulativas observada y esperada.

Ecuación 35. Kolmogorov-Smirnov

$$D_{max}(x) = \text{Max}|F_x(x) - S_n(x)|$$

Siendo  $S_n(x)$  la función de distribución empírica, calculados con base en los valores observados de la muestra, representado la proporción de valores observados que son menores o iguales a  $x$  (Oracle, 2008).

Esta prueba está interesada en encontrar la mayor desviación entre la función de distribución teórica  $F_0(x)$  y la empírica  $S_n(x)$  para todo el rango de valores de  $x$ . La distribución  $D_{max}(x)$  depende del número de observaciones, se concluye que no existe diferencia significativa entre las distribuciones teóricas y empíricas si el valor de  $D_{max}(x) \leq D_{max}(\alpha, n)$  (Ver Anexo 2).

#### 4.3.4 Dependencia de corto alcance

Aquellos modelos que poseen una función de autocorrelación que decae rápidamente, de forma exponencial, en otras palabras que su función de autocorrelación es sumable, quiere decir que no poseen memoria. (Rodríguez García, 2009)

Ecuación 36. Autocorrelación dependencia de corto alcance

$$\sum_k R(k) < \infty$$

Esta característica de los modelos con dependencia de corto alcance tiende a comportarse como ruido blanco en escalas de agregación muy altas, es decir, frecuencias bajas. Estos modelos sirvieron para modelar en un principio las redes telefónicas, donde únicamente se transmitía voz, las cuales se ajustaban a las condiciones (Alzate Monroy, 2004).

#### 4.3.5 Dependencia de largo alcance

La dependencia de largo alcance indica que por pequeños que sean los valores obtenidos en la función de autocorrelación, al aumentar la escala su valor no es menos apreciable, produciendo consecuencias significativas, en otras palabras, su función de autocorrelación es sumable (Hatat, 2008), (Abry & Veitch, 1998).

Ecuación 37. Autocorrelación dependencia de largo alcance

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} R(k) = \infty$$

Estos modelos poseen memoria, el tráfico presente en cualquier instante de tiempo depende del tráfico anterior, lo que conlleva que para escalas de agregación altas estos procesos tenderán a comportarse igual que en escalas más bajas. Estos modelos permiten capturar las características del tráfico actual.

La distribución exponencial ejerce como frontera para los modelos dependiendo de su alcance, si la función de autocorrelación decae como una exponencial negativa será de corto alcance, en cambio si decae a una velocidad más lenta que la exponencial será de largo alcance (López Basa, 2006).

#### 4.3.6 Tráfico autosimilar

La naturaleza autosimilar presente en las redes actuales es inherente a las características de los fractales, cuya propiedad es la de prevalecer su forma sin importar la escala en que se encuentre. El pionero de estos estudios es Benoit Mandelbrot, los cuales posteriormente fueron identificados en las redes Ethernet, dando inicio al estudio del tráfico autosimilar (Stalling, 2004).

##### 4.3.6.1 Autosimilitud exacta

Se denomina autosimilitud exacta cuando un determinado patrón se reproduce exactamente a distintas escalas, como en el caso de los fractales, se crea a partir de una serie temporal determinista.

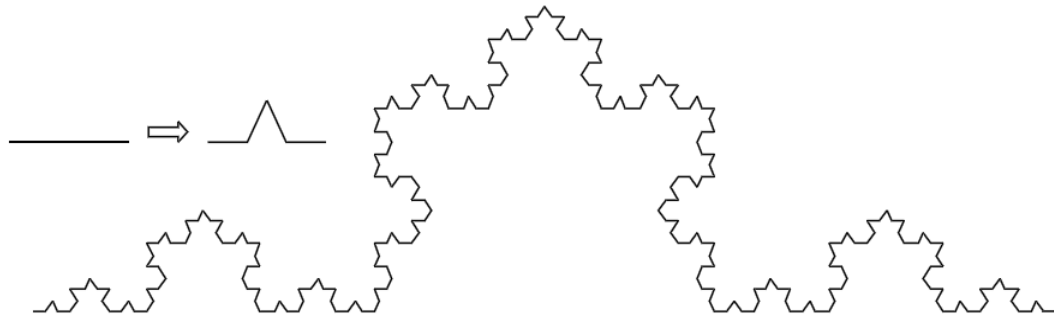
Este tipo de autosimilitud se puede observar en el copo de nieve de Von Koch, el cual se construye dividiendo una línea recta en 3 segmentos iguales, al segmento de la mitad se le intercambia por 2 segmentos iguales, como en un triángulo equilátero. El procedimiento se repite para cada nuevo segmento indefinidamente, produciendo así que para cada porción pequeña del copo de nieve de Von Koch ampliada se reproduzca exactamente una porción mayor.

Un objeto autosimilar de dimensión  $D$  puede dividirse en  $N$  copias exactas más pequeñas donde el lado de cada copia se ha escalizado por un factor de  $r$ :

Ecuación 38. Factor  $r$  para fractales

$$r = N^{-\frac{1}{D}}$$

Figura 8. Copo de nieve de Von Koch



(Alzate Monroy, 2001)

La dimensión de un objeto fractal compuesto por  $N$  partes idénticas en las que cada parte ha sido escalizada por un factor de  $r$ . Así, la dimensión de un objeto autosimilar compuesto por  $N$  partes idénticas en las que cada parte ha sido escalizada en un factor de  $r$  es:

Ecuación 39. Dimensión fractal

$$D = \frac{\log(N)}{\log\left(\frac{1}{r}\right)}$$

En el caso del copo de nieve de Von Koch, cada segmento de línea se convierte en  $N=4$  segmentos, donde cada segmento se escaliza en un factor de  $r=1/3$ , obteniendo así una dimensión fractal de 1.26 (Alzate Monroy, 2001).

#### 4.3.6.2 Autosimilitud estocástica

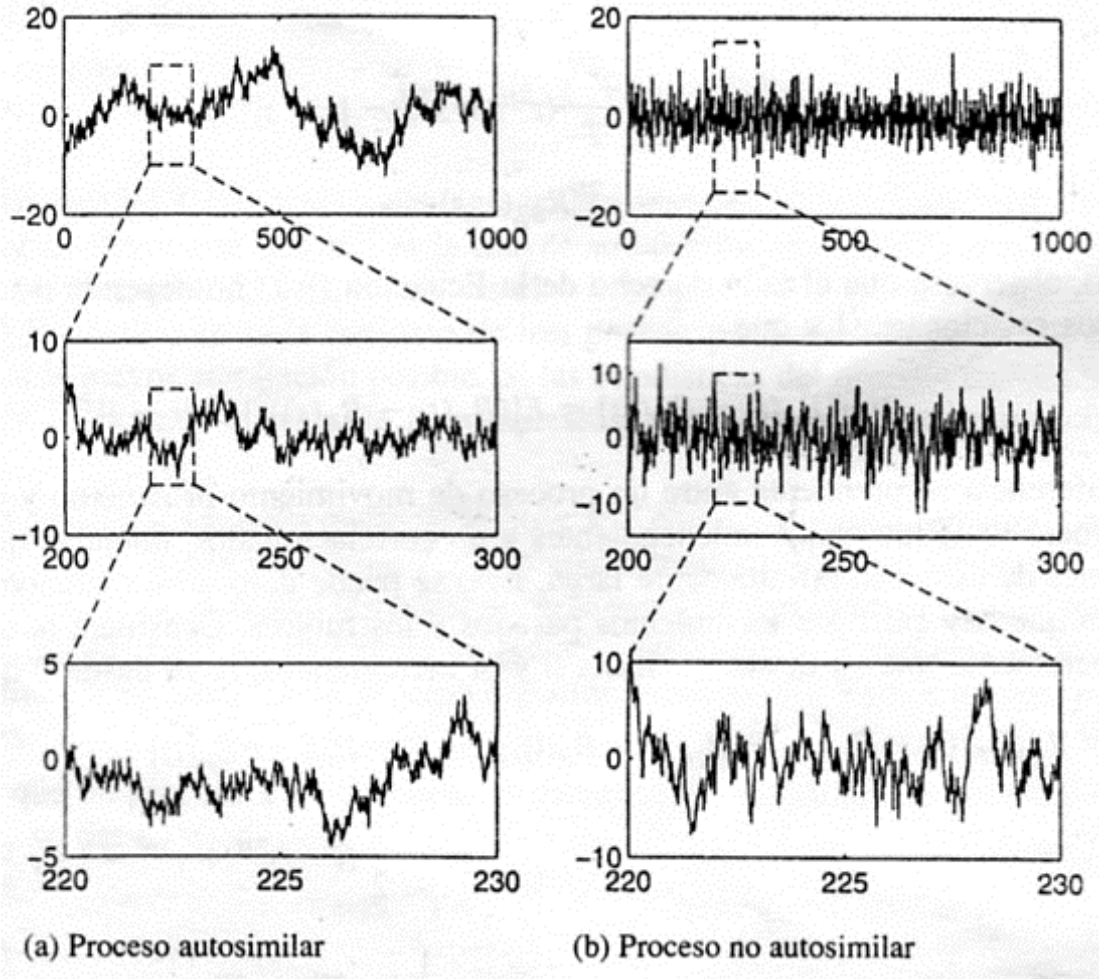
En un proceso estocástico estacionario las características estadísticas no cambian con el tiempo, son invariantes frente a traslaciones temporales: la media no depende del tiempo y la función de autocorrelación depende solamente de una diferencia temporal.

La autosimilitud estocástica se refleja para los procesos estocásticos cuando las estadísticas del proceso permanecen al cambiar la escala temporal, tanto desde el punto de vista cualitativo como cuantitativo, es decir, el comportamiento estadístico del proceso a corto plazo es igual a su comportamiento estadístico a largo plazo (Stalling, 2004).

Visualmente se puede apreciar esta característica: en la figura 9(a) la función no se reproduce exactamente a distintas escalas en el tiempo, pero las formas de onda a distintas escalas se parecen mucho entre sí. Caso contrario para la figura

9(b), la cual muestra un proceso estocástico normal, a niveles mayores de ampliación la función exhibe menos oscilaciones (más constante) que en niveles de mayor ampliación, donde su forma tiene más oscilaciones.

Figura 9. Autosimilitud estocástica



(Alzate Monroy, 2001)

#### 4.3.6.3 Definición para tiempo continuo

Se fundamenta en un escalado directo de la variable aleatoria temporal continua (Embrechts & Maejima, 2002), un proceso estocástico  $x(t)$  es estadísticamente autosimilar con parámetro Hurst (el cual se explicará con detalle en la siguiente sección)  $H(0.5 \leq H \leq 1)$  si para todo  $a > 0$ , el proceso  $a^{-H}x(at)$  tiene las mismas propiedades estadísticas que  $x(t)$ . Esta relación se expresa al cumplirse las siguientes tres condiciones:

Ecuación 40. Condición media para autosimilar

$$E[x(t)] = \frac{E[x(at)]}{a^H}$$

Ecuación 41. Condición varianza para autosimilar

$$Var[x(t)] = \frac{Var[x(at)]}{a^{2H}}$$

Ecuación 42. Condición autocorrelación para autosimilar

$$R_x(t, s) = \frac{R_x(at, as)}{a^{2H}}$$

#### 4.3.6.4 Autosimilitud de segundo orden

Un proceso estocástico discreto que está definido en instantes  $t$ , se define como  $x(t)=\{x_t, t=0,1,2,\dots\}$ . A partir de esta serie original, una serie temporal estacionaria  $x$ , se define la serie temporal  $m$ -agregada  $x^{(m)}=\{x_k^{(m)}, k=0,1,2,\dots\}$  mediante la suma de la serie original en bloques adyacentes y no superpuestos de tamaño  $m$  (Stalling, 2004):

Ecuación 43. Serie agregada

$$x_k^{(m)} = \frac{1}{m} \sum_{i=km-(m-1)}^{km} x_i$$

Esta serie agregada es una técnica para comprimir la escala temporal, siendo así  $x^{(1)}$  la mayor ampliación posible, es decir, la mejor resolución posible de la serie temporal (Embrechts & Maejima, 2002).

Ecuación 44. Ejemplo serie agregada

$$x_k^{(4)} = \frac{x_{4k-3} + x_{4k-2} + x_{4k-1} + x_{4k}}{4}$$

Este proceso  $x^{(4)}$  es el mismo proceso con una ampliación reducida en un factor de 4, al promediar cada conjunto de 4 puntos, se pierden los detalles pequeños que están disponibles a la mayor ampliación posible. Se denomina autosimilitud de segundo orden ya que las estadísticas del proceso, media, varianza y autocorrelación se conservan a pesar de que se escoja algún nivel de compresión.

Un proceso es autosimilar de segundo orden con parámetro  $\beta(0<\beta<1)$ , si para todo  $m=1,2,3\dots$  se obtiene:

Ecuación 45. Varianza para autosimilitud de segundo orden

$$Var(x^{(m)}) = \frac{Var(x)}{m^\beta}$$

Ecuación 46. Autocorrelación para autosimilitud de segundo orden

$$R_{x^{(m)}}(k) = R_x(k)$$

El parámetro  $\beta$  está relacionado con el parámetro Hurst (el cual se explicara con detalle en la siguiente sección). Para un proceso estacionario y ergódico  $\beta=1$ , la varianza de la media temporal decrece hasta cero (0) con una pendiente de  $1/m$ ; para un proceso autosimilar, la varianza de la media temporal decrece más lentamente (Alzate Monroy, 2001).

#### 4.3.6.5 Autosimilitud asintótica de segundo orden

Para esta definición de autosimilitud la autocorrelación del proceso agregado tiene la misma forma que la autocorrelación del proceso original, lo cual apunta que la naturaleza de ráfagas es igual sin importar la escala.

Ecuación 47. Varianza para autosimilitud asintótica de segundo orden

$$Var(x^{(m)}) \sim \frac{Var(x)}{m^\beta}$$

Ecuación 48. Autocorrelación para autosimilitud asintótica de segundo orden

$$R_{x^{(m)}}(k) \rightarrow R_x(k) \text{ cuando } m \rightarrow \infty$$

Con estas definiciones, la autocorrelación del proceso agregado autosimilar no tiende a cero (0) cuando  $m \rightarrow \infty$ ; caso contrario para los procesos estocásticos tradicionales en donde la autocorrelación si tiende a cero (0) cuando  $m \rightarrow \infty$ . La varianza de  $x^{(m)}$  decrece más lentamente que  $1/m$  cuando  $m \rightarrow \infty$ , decrece proporcionalmente a  $1/m^\beta$  (Stalling, 2004).

#### 4.3.6.6 Dependencia de largo alcance y autosimilitud

La dependencia de largo alcance refleja intuitivamente el fenómeno de persistencia en procesos autosimilares, la existencia de agrupamiento y ráfagas en todas las escalas temporales.

Existen procesos autosimilares que no posean dependencia de largo alcance y viceversa, pero con la restricción de  $H(0.5 \leq H \leq 1)$  en la definición, autosimilitud implica dependencia de largo alcance y viceversa, por consiguiente estos términos son usados de manera intercambiable en el contexto de modelamiento de tráfico (Park & Willinger, 2000).

#### 4.3.7 Parámetro Hurst

El parámetro Hurst  $H$ , también denominado parámetro de autosimilitud, es la medida clave y más importante en procesos autosimilares. Hurst mide la persistencia de los fenómenos estocásticos, es una medida de la dependencia de largo alcance a través de la correlación de las variables, expresando la persistencia de las series de tiempo (Sarker, 2007).

Fue nombrado en honor a Harold Edwin Hurst, hidrólogo que dedicó su vida a explorar el Nilo y otros ríos y problemas relacionados con el almacenamiento de agua, descubrió que los niveles de agua del Nilo a lo largo de un período de 800 años seguían un patrón autosimilar (Stalling, 2004).

##### 4.3.7.1 Intervalos

- $H < 0$ : Artificialmente irreal, ya que el parámetro Hurst no está definido para valores negativos en procesos autosimilares
- $0 < H < 0.5$ : Denominado como fenómeno de anti-persistencia (término introducido por Mandelbrot), para este rango aunque tiene una distribución asintótica de las correlaciones, existen correlaciones negativas y positivas, dando a lugar que su suma sea igual a cero (0) (Avila Arias, 2006).
- $H = 0.5$ : Se obtiene independencia entre los valores, el proceso es incorrelacionado ya que la autocorrelación para todas las variables aleatorias es cero (0). Esto implica que tiene dependencia de corto alcance, es el único valor en donde un proceso es autosimilar sin tener dependencia de largo alcance.

- $0.5 < H < 1$ : En este intervalo, la autocorrelación decae de forma hiperbólica, forma característica de los procesos autosimilares. En el modelamiento y diseño de tráfico autosimilar este es el rango de mayor interés.
- $H=1$ : La autocovarianza es constante para todos los valores, influye en que la autocorrelación siempre es 1, de esta forma desaparece la aleatoriedad del proceso.
- $H > 1$ : Se presenta una contradicción estadística, ya que se pierde la estacionariedad del proceso, porque la covarianza es un valor que diverge a infinito (Alzate Monroy, 2001).

#### 4.3.7.2 Relación con otras variables

Frecuentemente en la literatura relativa a tráfico de datos autosimilares, el parámetro de autosimilitud es expresado en términos de otras variables, como Beta ( $\beta$ ) y Alfa ( $\alpha$ ):

Ecuación 49. Relación Hurst-Beta

$$H = 1 - \frac{\beta}{2} \quad \beta = 2(1 - H)$$

Ecuación 50. Relación Hurst-Alfa

$$H = \frac{\alpha \pm 1}{2} \quad \alpha = 2H \pm 1$$

#### 4.3.8 Ejemplos de procesos autosimilares

##### 4.3.8.1 Movimiento Browniano

Es un movimiento aleatorio que poseen las partículas microscópicas suspendidas en un líquido o gas, y está causado por colisión con las moléculas del medio que las rodea. Robert Brown lo descubrió en 1828, se determinó que una sola molécula de agua era afectada por un número alto de colisiones del orden  $10^{14}$  en un segundo, es decir, en una centésima de segundo sufre  $10^{12}$  colisiones al azar (Rodríguez Ramirez, 2007).

Este fenómeno físico constituye la base para la definición del proceso estocástico de movimiento browniano, que también tiene el nombre de proceso de Weiner y de proceso Weiner-Levy.

$B(t)$  es igual a la partícula de movimiento browniano, significa el desplazamiento con respecto a su posición inicial al cabo de un tiempo  $t$ . El valor medio del cuadrado de la distancia recorrido por la partícula es proporcional al tiempo (Stalling, 2004). El desplazamiento neto depende solamente de la longitud del intervalo de tiempo y no del instante en que comienza el intervalo:

Ecuación 51. Movimiento Browniano

$$B(t) - B(s) = B(t + h) - B(s - h) \forall h > 0$$

El movimiento browniano tiene incrementos independientes estacionarios entre  $0 \leq t \leq \infty$ , la variable aleatoria  $B(t)$  tiene una distribución gaussiana y su valor medio es cero (0). Consta de las siguientes propiedades:

Ecuación 52. Distribución del Movimiento Browniano

$$f_B(x, t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi t}} e^{\frac{-x^2}{2\sigma^2 t}}$$

Ecuación 53. Varianza del Movimiento Browniano

$$Var(B(t) - B(s)) = |t - s|$$

Ecuación 54. Autocorrelación Movimiento Browniano

$$R_B(t, s) = \min[t, s]$$

Con la definición de autosimilitud, el proceso de movimiento browniano  $B(t)$  es autosimilar con un parámetro  $H=0.5$

#### 4.3.8.2 Movimiento Browniano fraccional

Este proceso deriva del movimiento browniano, suavizando el requisito de incrementos independientes, es el ejemplo más importante para procesos exactamente autosimilares. El movimiento browniano fraccional  $B_H(t)$  es un proceso estocástico gaussiano con parámetro Hurst  $H(0 < H < 1)$  si:

Ecuación 55. Movimiento Browniano Fraccional

$$B_H(t) = xt^H$$

Donde  $x$  es una variable aleatoria con distribución gaussiana. El movimiento browniano fraccional es utilizado en el análisis de datos de tráfico porque al ser un proceso gaussiano, aún es posible analizarlo analíticamente; además surge de multiplexar un gran número de procesos on/off (Alzate Monroy, 2004) en los que la distribución de actividad/inactividad tiene cola hiperbólica (el cual se explicara en detalle en la siguiente sección).

#### 4.3.8.3 Colas hiperbólicas

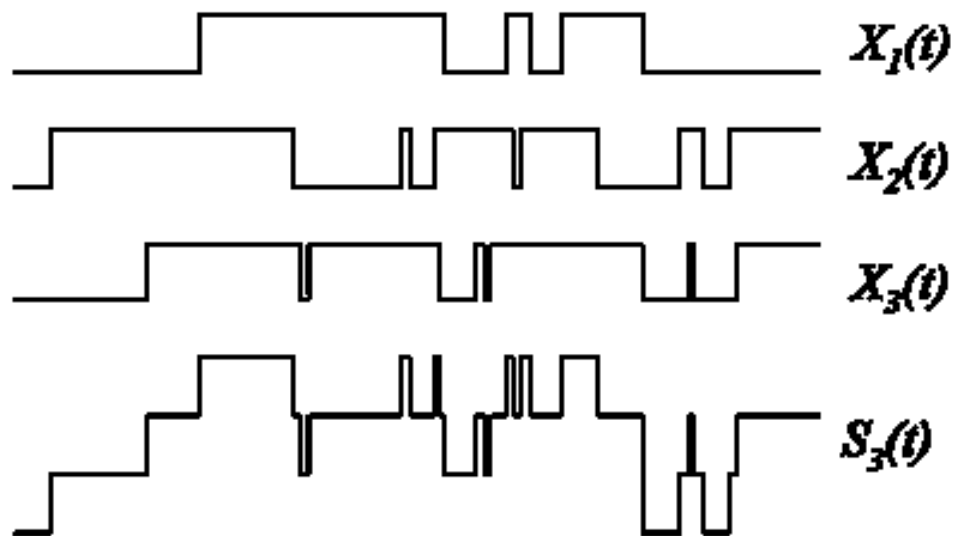
Concepto relacionado con la autosimilitud, la colas hiperbólicas (o colas pesadas) sirven para determinar densidades de probabilidad que describen procesos de tráfico como el tiempo entre llegadas de paquetes y la longitud de ráfagas (Lévy-Véhel & Lutton, 2005).

Ecuación 56. Colas hiperbólicas

$$P(X > x) \sim cx^{-\alpha} \quad \text{cuando } x \rightarrow \infty, \alpha > 0, c = \text{constante positiva}$$

El parámetro  $\alpha$  es el índice de estabilidad de la distribución (índice de la cola). Este comportamiento de las colas hiperbólicas se observa en muchos fenómenos, y se utilizan en el modelamiento de tráfico para generar procesos con dependencia de rango largo mediante su suma, ejemplo típico es el caso de los procesos on/off (on: períodos de actividad, off: periodos de inactividad) independientes e idénticamente distribuidos (Casilari & Reyes, 1999).

Figura 10. Suma de procesos on/off



(Alzate Monroy, 2001)

La variable aleatoria con esta distribución muestra una varianza infinita y posiblemente media infinita, quiere decir que tiene valores muy grandes con una probabilidad no despreciable. Al muestrear la variable se originarán valores muy pequeños pero también unos pocos valores muy grandes, generando una variabilidad extrema.

En la figura 10 se representa un proceso con dependencia de largo alcance  $S_3(t)$  generado por la suma de procesos on/off:  $X_1(t)$ ,  $X_2(t)$  y  $X_3(t)$ .

La distribución de Pareto con parámetros  $k$  y  $\alpha(k < x, \alpha > 0)$ , es el ejemplo más sencillo de colas hiperbólicas, se caracteriza por las siguientes ecuaciones:

Ecuación 57. Función de distribución acumulativa Pareto

$$F(x) = 1 - \left(\frac{k}{x}\right)^\alpha$$

Ecuación 58. Función de densidad de probabilidad Pareto

$$f(x) = \frac{\alpha}{k} \left(\frac{k}{x}\right)^{\alpha+1}$$

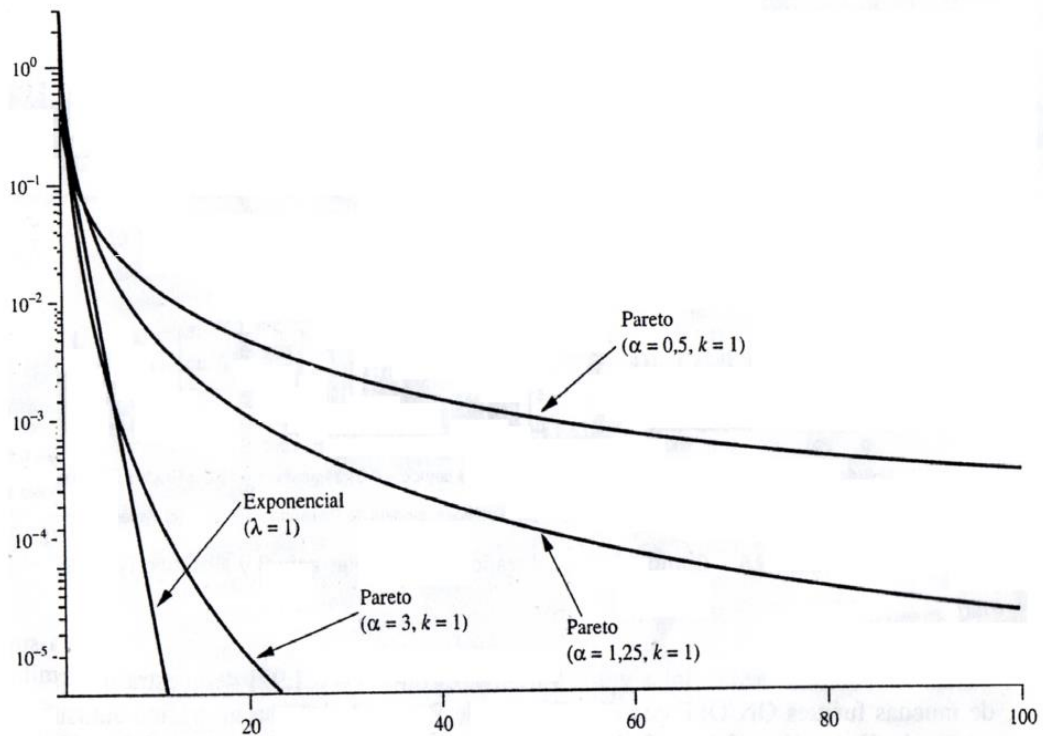
Ecuación 59. Valor medio Pareto

$$E[X] = \frac{\alpha}{\alpha - 1} k \quad (\alpha > 1)$$

El parámetro  $k$  ajusta el valor mínimo que puede tomar la variable aleatoria  $x$ . La media y la varianza es determinado por  $\alpha$ , si  $\alpha \leq 2$ , la distribución tiene varianza infinita; si  $\alpha \leq 1$ , tiene media y varianza infinitas (Stalling, 2004).

En la figura 11 se comparan funciones de densidad Pareto y exponencial, se realiza en una gráfica semilogarítmica. Mientras que la función exponencial es una recta (reflejando el decaimiento exponencial), las funciones de Pareto decaen más lentamente. Las colas hiperbólicas de variables de redes, como los tamaños de los archivos y las duraciones de las conexiones, causan la dependencia de largo alcance y autosimilitud del tráfico de red (Avila Arias, 2006).

Figura 11. Funciones de densidad de probabilidad Pareto



(Stalling, 2004)

#### 4.3.9 Implicaciones de la autosimilitud en el tráfico Ethernet

Una masiva cantidad de datos recogidos por Bellcore (Leland & Wilson, 1990) de tráfico Ethernet formadas por un total de 100 millones de paquetes, junto a un análisis estadístico, fueron las bases por medio de las cuales se realizó un estudio en el cual se concluyó que con el simple modelamiento de análisis de colas de tráfico bajo distribución Poisson no era posible modelar adecuadamente todo el tráfico de la red (Leland, Taqqu, Willinger, & Wilson, 1994), para el tráfico Ethernet se requiere un modelamiento nuevo. Se han expuesto resultados similares en el tráfico de la World Wide Web WWW, Sistema de Señales Número 7 SS7, Protocolo de Control de Transmisión TCP, Protocolo de Transferencia de Archivos FTP, TELNET y Video de Régimen Binario Variable VBR (Stalling, 2004).

En el tráfico Ethernet cuanto más alta es la carga, más alto es el parámetro Hurst, es decir, el grado de autosimilitud. Este resultado es vital porque es precisamente en el caso de cargas elevadas cuando los problemas de rendimiento se vuelven más relevantes. Los modelos tradicionales de colas tienen escasa adecuación para predecir el rendimiento.

### 4.3.10 Estimadores del parámetro Hurst

Se han desarrollado numerosos procedimientos para determinar si una serie dada es autosimilar y para estimar el parámetro Hurst de autosimilitud:

#### 4.3.10.1 Gráfica Varianza-Tiempo

Este método de estimación se fundamenta en la propiedad de decaimiento lento de la varianza de la serie agregada del tráfico, basándose en la ecuación 47 (Varianza Para Autosimilitud Asintótica De Segundo Orden) se puede interpretar:

Ecuación 60. Gráfico Varianza-Tiempo

$$\log[\text{Var}(x^{(m)})] \sim \log[\text{Var}(x)] - \beta \log(m)$$

Un fragmento de la ecuación es una constante independiente de  $m$ ,  $\log[\text{Var}(x)]$ ; en consecuencia si se representa  $\text{Var}(x^{(m)})$  Vs.  $m$  en una gráfica logaritmo-logaritmo, se produce una recta de pendiente  $-\beta$ , mediante la cual se infiere  $H$  con el uso de la ecuación 49(Relación Hurst-Beta) (Alzate Monroy, 2001).

#### 4.3.10.2 Gráfica R/S

Describe la propiedad de dependencia de largo alcance, mediante el estudio de autocorrelaciones de la serie agregada :

Ecuación 61. Gráfica R/S

$$\frac{R(N)}{S(N)} = \frac{\max_{1 \leq j \leq N} [\sum_{k=1}^j (X_k - M(N))] - \min_{1 \leq j \leq N} [\sum_{k=1}^j (X_k - M(N))]}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [X_k - M(N)]^2}}$$

En donde  $M(N)$  es la media de la muestra a lo largo del período temporal  $N$

Ecuación 62. Media para gráfica R/S

$$M(N) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N X_j$$

El numerador representa una medida del rango del proceso y el denominador la desviación estándar de la muestra. En los procesos autosimilares y para un N grande la razón R/S sigue la siguiente característica (Stalling, 2004):

Ecuación 63. Característica 1 R/S

$$\frac{R}{S} \sim \left(\frac{N}{2}\right)^H \quad \text{con } H > 0.5$$

Ecuación 64. Característica 2 R/S

$$\log\left(\frac{R}{S}\right) \sim H \log(N) - H \log(2)$$

En una gráfica logaritmo-logaritmo se obtienen una serie de puntos, los cuales tienden a una recta de pendiente H al graficar  $\log(R/S)$  Vs. N.

#### **4.3.10.3 Transformada Wavelet**

En comparación con otras transformadas (Laplace y Fourier) realiza un análisis simultáneo en frecuencia y tiempo, este método se basa en la estimación del espectro reflejado en el promedio de la magnitud al cuadrado de los coeficientes Wavelet (Borray, Páez, & Wilches, 2001). Su estimación se explica en detalle a continuación.

#### **4.3.11 Transformada Wavelet**

El primer componente para análisis multiresolución es el espacio vectorial. Por cada espacio vectorial, existe otro espacio vectorial de alta resolución hasta llegar a la imagen final. También, cada espacio vectorial contiene todos los espacios vectoriales que son de menor resolución. La base de cada uno de estos espacios vectoriales es la función escalar para la onda (Wavelet) (Burrus, Gopinath, & Guo, 1998).

Se podría pensar que una imagen es un espacio vectorial  $V^j$  como la imagen normal, y  $V^{j-1}$  sería la imagen con una resolución más baja, hasta llegar a  $V^0$ , que sería un pixel de toda la imagen. Por cada espacio vectorial  $V^j$  hay un complemento  $W^j$  y la función base para este espacio vectorial es la Wavelet (Park & Willinger, 2000)

#### 4.3.11.1 Propiedades Wavelet

- La suavidad, se debe cumplir para poder representar eficientemente las características de la función a aproximar. La suavidad se mide por el número de derivadas que existen, y está relacionada con el número de momentos nulos (Walker, 2008).
- Localización espacial y temporal, una propiedad importante en su habilidad para localizar características en espacio y tiempo de las funciones. Así, las que son muy compactas, como la Haar, están muy bien localizadas en espacio y tiempo. La anchura del soporte, está en general, relacionado con la suavidad, las Wavelets más suaves son las que tienen el dominio más ancho (Getz, 1992).
- Momentos nulos, una Wavelet con un elevado número de momentos nulos puede representar funciones polinómicas de mayor grado, se relaciona con la suavidad.
- Localización de frecuencias, las Wavelet no solo localizan características en el tiempo y en espacio, sino también en frecuencias. Las más suaves tienen mejores propiedades de localización en frecuencias. Las Haar tienen muy poca frecuencia de resolución (Debnath, 2002).
- Simetría, en general las Wavelet ortogonales de soporte compacto no son simétricas, excepto la Haar.

Ecuación 65. Wavelet básica

$$\psi_a(\tau) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{\tau}{a}\right)$$

En donde  $a$  es el parámetro de escala (dilata o contrae la función). La escala es la resolución entre las frecuencias centrales de la Wavelet madre y de las Wavelets derivadas, de manera que en este contexto el dominio de la frecuencia se puede cambiar por el dominio de la escala (Rao & Bopardikar, 1998).

Ecuación 66. Transformada Wavelet continua

$$T_x(a, t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \psi_a^*(\tau - t) d\tau$$

Ecuación 67. Conjunto de coeficientes Wavelet

$$\{T_x(a, t) = \langle X, \psi_{a,t} \rangle, a \in R^+, t \in R\}$$

La Wavelet madre se escoge de manera tal que tanto su duración en el tiempo como su dispersión en la frecuencia estén relativamente limitadas, esto se trata de pequeñas ondas con soporte limitado en el tiempo, en las que casi toda su energía se encuentra dentro de una banda limitada (Burrus, Gopinath, & Guo, 1998).

#### 4.3.11.2 Transformada Wavelet discreta

Un análisis multiresolución es un conjunto de sub-espacios anidados  $\{V_j\}_j$ . El análisis multiresolución consiste en proyectar la señal de interés  $X(t)$  sobre cada uno de los sub-espacios de aproximación  $V_j$  (Alzate Monroy, 2002):

Ecuación 68. Aproximación Wavelet

$$aprox_j(t) = (Proyección_{V_j} X)(t) = \sum_k a_x(j, k) \phi_{j,k}(t)$$

La idea central del análisis multiresolución es estudiar la señal a partir de aproximaciones cada vez más burdas, donde en cada aproximación se cancelan algunas de las altas frecuencias o los detalles de la serie original (Chui, 1992).

Los detalles o información que se elimina en cada aproximación equivale a:

Ecuación 69. Detalle Wavelet

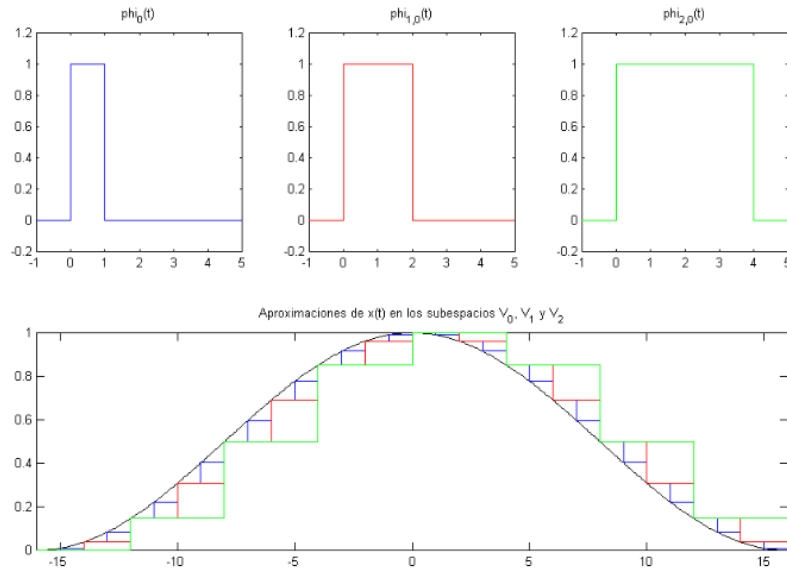
$$detalle_j(t) = aprox_{j-1}(t) - aprox_j(t)$$

La teoría del análisis multiresolución, muestra la existencia de una función  $\psi_0(t)$ , llamada Wavelet madre.

La figura 12 muestra las aproximaciones en los espacios  $V_0$ ,  $V_1$  y  $V_2$  generados por la dilatación y desplazamiento de la Wavelet madre, en este caso, la Wavelet Haar.

La transformada Wavelet discreta DWT es el conjunto de coeficientes definidos mediante el producto interno de la señal con los conjuntos de funciones  $\phi_{j,k}(t)$ , la función de escala; y  $\psi_{j,k}(t)$  la Wavelet madre (Alzate Monroy, 2002) (Burrus, Gopinath, & Guo, 1998).

Figura 12. Aproximaciones de la función escala



(Alzate Monroy, 2002)

El conjunto de coeficientes constituye un muestreo de los coeficientes de la transformada Wavelet continua en donde se toman las muestras

Ecuación 70. Coeficientes Wavelet

$$d_x(j, k) = T_x(2^j, 2^j k)$$

El parámetro  $j$ , que es el logaritmo en base 2 de la escala, se denomina octava y la escala se suele referenciar mediante su correspondiente escala (Hatat, 2008).

#### 4.3.11.3 Características fundamentales

La base Wavelet al obtenerse de la dilatación de Wavelet madre, con un operador de cambio de escala, hace que la familia de funciones de análisis de transformada Wavelet tenga la propiedad intrínseca de invarianza a la escala (Debnath, 2002).

Sea  $x$  un proceso estocástico que presenta algún fenómeno de escala, los coeficientes Wavelet de  $x$  exhiben que el conjunto  $\{d_x(j,k).k \text{ pertenece } Z\}$  es un proceso estacionario para cada octava  $j$  si el número de momentos desvanecientes de la Wavelet madre es  $N \geq (a-1)/2$ . La varianza de  $d_x(j,k)$  reproduce con exactitud el comportamiento de escala subyacente (Alzate Monroy, 2002), dentro de un rango de octavas  $j_1 \leq j \leq j_2$ :

Ecuación 71. Propiedad 1 Wavelet

$$E[d_x(j, k)^2] = 2^{j\alpha}$$

Aunque se cumpla la ecuación 70, los coeficientes no exhiben dependencia estadística de rango largo si el número de momentos desvanecientes de la Wavelet madre es  $N \geq a/2$  (Debnath, 2002), (Alzate Monroy, 2002):

Ecuación 72, Propiedad 2 Wavelet

$$E[d_x(j, k)d_x(j', k')] = \sigma_j^2 \quad \text{si } j = j' \text{ y } k = k'$$

Esto significa que cada coeficiente Wavelet es una variable aleatoria no correlacionada con ninguna otra variable ni dentro de su misma escala ni en otras escalas. Estas propiedades hacen de la transformada Wavelet discreta una herramienta muy poderosa y eficaz en la detección, estimación, síntesis y modelamiento del tráfico autosimilar.

Con el uso de la propiedad 2 es posible medir promedios temporales y usarlos como estimaciones para los convenientes promedios estadísticos. Se estima la varianza del proceso  $dX(j, \cdot)$  mediante el uso del siguiente estimador:

Ecuación 73. Estimador varianza

$$u_j = \frac{1}{n_j} \sum_{k=1}^{n_j} |d_x(j, k)|^2$$

Donde  $n_j$  es el número de coeficientes de la octava  $j$ . La varianza de  $u_j$  decrece con  $1/n_j$  y lo convierte en un estimador no polarizado y asintóticamente eficiente (Getz, 1992). Esto quiere decir que  $u_j$  puede expresarse como una forma eficiente de comprimir en un solo número el comportamiento de segundo orden de  $X$  en la octava  $j$  (Alzate Monroy, 2002).

Esto conlleva a que el exponente de escala  $\alpha$  puede extraerse de la pendiente de la gráfica de  $y_j = \log_2(u_j)$  contra cada octava  $j$ , esta gráfica se conoce como Diagrama LogEscala.

#### 4.3.12 Bellcore

Estas trazas contienen un millón de llegadas de paquetes Ethernet observados en el "Bellcore Morristown Research and Engineering Facility", en base a estas

muestras se inicio el estudio de la fractalidad en las redes. Las trazas encontradas por el laboratorio de Bellcore son grupos de datos que están ubicados en dos columnas, con un millón de filas. La primera columna contiene el tamaño en bytes del paquete enviado, y la segunda contiene el tiempo del envío.

Estas trazas se usaran a modo de prueba para constatar que los procedimientos hechos con las muestras del tráfico de la red Ethernet de la Fundación Universitaria San Martín sede Bogotá tienen validez. El archivo BC-Aug89 contiene capturas tomadas el 29 de agosto de 1989, la hora de inicio fue a las 11:25 am., y consta de cerca de 3142.82 segundos de captura, unos 52 minutos. El archivo BC-Oct89 contiene capturas del 5 de octubre de 1989, con cerca de 1759,62 segundos, aproximadamente unos 29 minutos.

#### **4.4 ESTADO DEL ARTE**

Las redes modernas se han visto determinadas por la presencia de tráfico autosimilar, lo cual ha generado la necesidad de desarrollar modelos por medio de los cuales se puedan tener en cuenta estas características para poder tomar estrategias al respecto que permitan tener un mejor manejo de las redes de telecomunicaciones.

El parámetro de Hurst es el principal estimador del grado de autosimilitud de las redes modernas, gran cantidad de los estudios realizados en los últimos años están enfocados en la identificación del mismo a través de diferentes técnicas y/o algoritmos.

Se han estudiado métodos para caracterizar y simular tráfico de acceso a Internet en redes LAN con comportamiento autosimilar, a través de trazas simuladas aproximadamente a la tasa media. Este se ha presentado en artículos, uno de los cuales es “Caracterización Y Simulación Del Tráfico de Redes LAN Mediante El Modelo MMPP” (Moreno Mogollon, 2007).

El software de simulación se ha convertido en una de las principales herramientas para el análisis y diseño de redes de tráfico, porque permiten observar el rendimiento de los recursos de la red y de los protocolos usados, para la identificación de parámetros de interés. Se han desarrollado trabajos en los cuales se analizan las propiedades fractales sobre redes WLAN, enfocados en el comportamiento de redes móviles (redes Ad-hoc). (López Basa, 2006).

El Movimiento Browniano Fraccionario es un modelo que posee características autosimilares, y se ha estudiado su comportamiento sobre redes LAN,

representando la demanda de los usuarios de una red de telecomunicaciones sobre los recursos de la red (Rodríguez Ramirez, 2007).

Identificar los factores que afectan el desempeño de las colas y evidenciar el impacto que tienen al variar entre fuentes exponenciales y autosimilares se evidencia en el proyecto de grado “Simulación Y Comparación De Colas Con Fuentes Exponenciales Y Autosimilares” (Rodríguez García, 2009).

#### **4.5 LIMITACIONES Y ALCANCES**

El proyecto hace un estudio de la red Ethernet de la Fundación Universitaria San Martín sede Bogotá, para ello se realizó una toma de muestras de tráfico la cual consta de cinco días, cada uno de los cuales se compone por 60 minutos muestreados. Los resultados arrojados a través del proyecto fueron limitados por inconvenientes con la División De Redes Y Comunicaciones I&T de la universidad, lo cual impidió que las muestras contaran con el tráfico perteneciente a las VLANs de servidores y de funcionarios por motivos de seguridad, también el punto para la toma de las muestras se encuentra en un recinto cerrado, con acceso controlado, motivo por el cual el tiempo de muestreo es limitado. Esto es un limitante en el sentido en que entre mayor sea la cantidad de datos capturados mayor es el índice de confiabilidad de los resultados.

El proyecto sirve como precedente y cuota inicial para un estudio a mayor nivel de la red Ethernet de la Universidad, el cual podrá tener como motivación principal el análisis y/o modelamiento de la misma para aumentar su desempeño. Por tal razón el desarrollo del proyecto se ha efectuado paso a paso, explicando con detalle el funcionamiento y los requerimientos de cada uno de las etapas, esto implica que puede ser repetido para un posterior uso.

## 5. DISEÑO METODOLÓGICO

El proyecto estudia la autosimilitud de la red Ethernet de la Fundación Universitaria San Martín sede Bogotá, de esta forma determinar su naturaleza mediante la estimación del parámetro de autosimilitud Hurst con el uso de diferentes métodos

La primera parte es la captura de datos a través de un analizador de protocolos, en este caso, se usa Network Associates Sniffer Pro versión 3.0, orientado en las estadísticas de la red y un software de licencia libre. La captura se realizará en un punto convergente de la red en horarios determinados, se busca crear un banco de muestras, las cuales serán sometidas a pruebas para determinar características de dependencia de corto o largo alcance.

Al obtener el banco de muestras, se hace el estudio para determinar si las muestras se encuentran bajo función de distribución Poisson con la prueba de bondad de ajuste, mediante el software de licencia libre Oracle Crystal Ball versión 11.1.1, el cual es una suite sofisticada de simulación, previsión y herramienta de análisis de riesgos mediante el uso de hojas de cálculo.

El siguiente paso es el estudio de dependencia de largo alcance y autosimilitud, con ayuda de MATLAB 7.10.0 (R2010a) se desarrollan funciones que miden el parámetro de autosimilitud Hurst a diferentes niveles de agregación, y se procede a hallar un único valor que represente mejor este parámetro.

Con la transformada Wavelet se realiza un análisis multiresolución del banco de muestras, este se desarrolla en MATLAB y de igual forma se halla el parámetro de autosimilitud Hurst. El valor obtenido mediante la transformada Wavelet es comparada con el adquirido mediante diferentes niveles de agregación en el paso anterior.

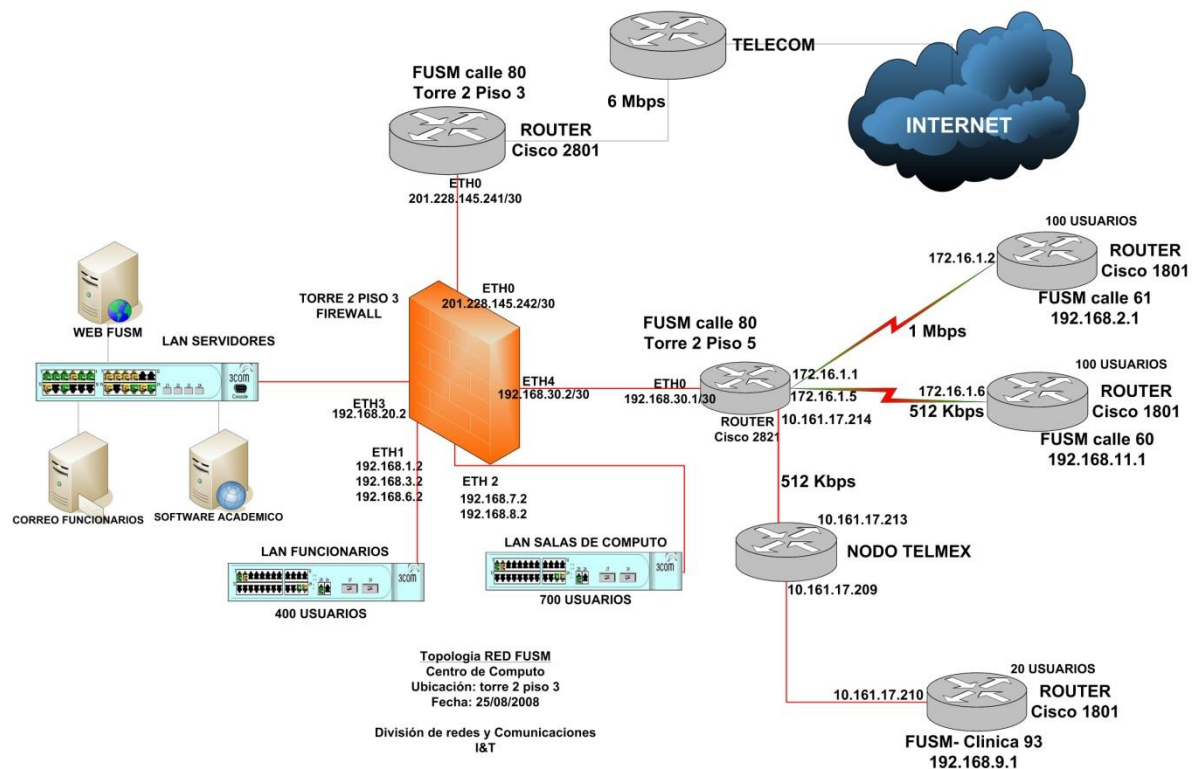
## 6. DESARROLLO

En este capítulo se explican los pasos y procedimientos con el fin de desarrollar los objetivos planteados, se divide en cuatro etapas: el banco de muestras del tráfico, estudio de características de distribución Poisson, estudio de dependencia de largo alcance y autosimilitud, y uso de la transformada Wavelet.

### 6.1 BANCO DE MUESTRAS

#### 6.1.1 Estructura red FUSM

Figura 13. Topología red FUSM



(División De Redes Y Comunicaciones I&T, 2008)

La red de la Fundación Universitaria San Martín sede Bogotá cuenta con una conexión de 6 Mbps (6 Megabits por segundo) a Internet de banda ancha, a través del proveedor de servicios de Internet Telecom. Esta conexión se encuentra dividida entre sus 2 sedes en Bogotá: sede central calle 80 y sede secundaria calle 60; y la clínica Mariano Alberto Alvear Orozco ubicada en la carrera 11 con calle 93<sup>a</sup>-38.

## 6.1.2 Sede central

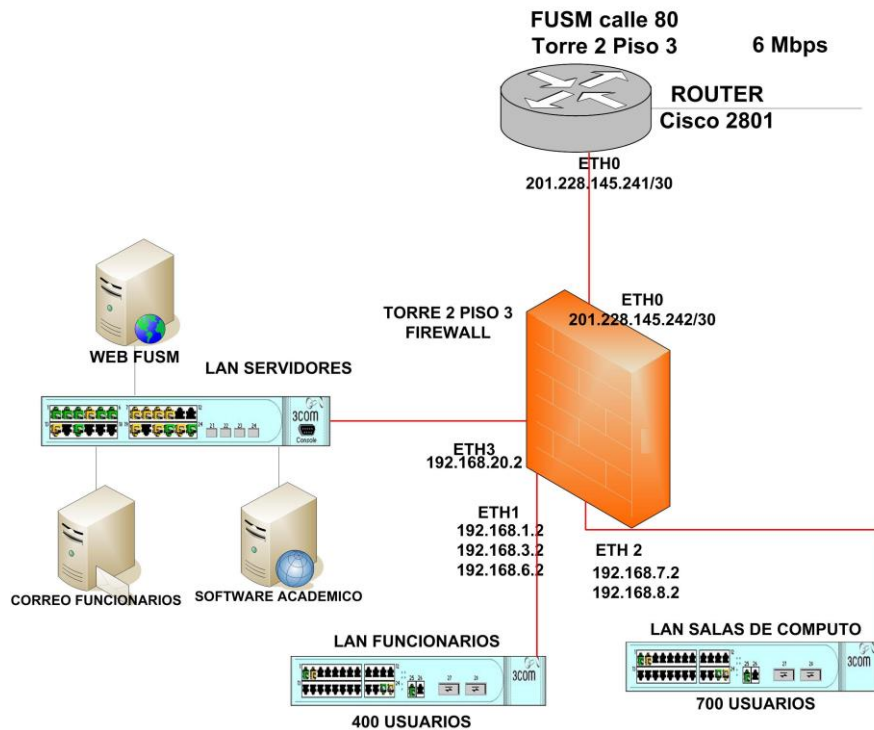
La red en la cual se centrará este estudio es la red de la sede central calle 80, la cual cuenta con mayor carga de usuarios, porque en ella se encuentra 13 de los 14 programas de modalidad presencial ofrecidos por la Fundación Universitaria San Martín sede Bogotá:

Tabla 1. División de programas por sedes

Sede Central Calle 80	Sede Secundaria Calle 60
Administración De Empresas	Odontología
Contaduría Pública	
Publicidad Y Mercadeo	
Finanzas Y Relaciones Internacionales	
Finanzas Y Negocios Internacionales	
Medicina	
Medicina Veterinaria Y Zootecnia	
Optometría	
Psicología	
Derecho	
Ingeniería De Sistemas	
Ingeniería Industrial	
Ingeniería De Telecomunicaciones	

(Fundación Universitaria San Martín, 2010)

Figura 14. Topología sede central



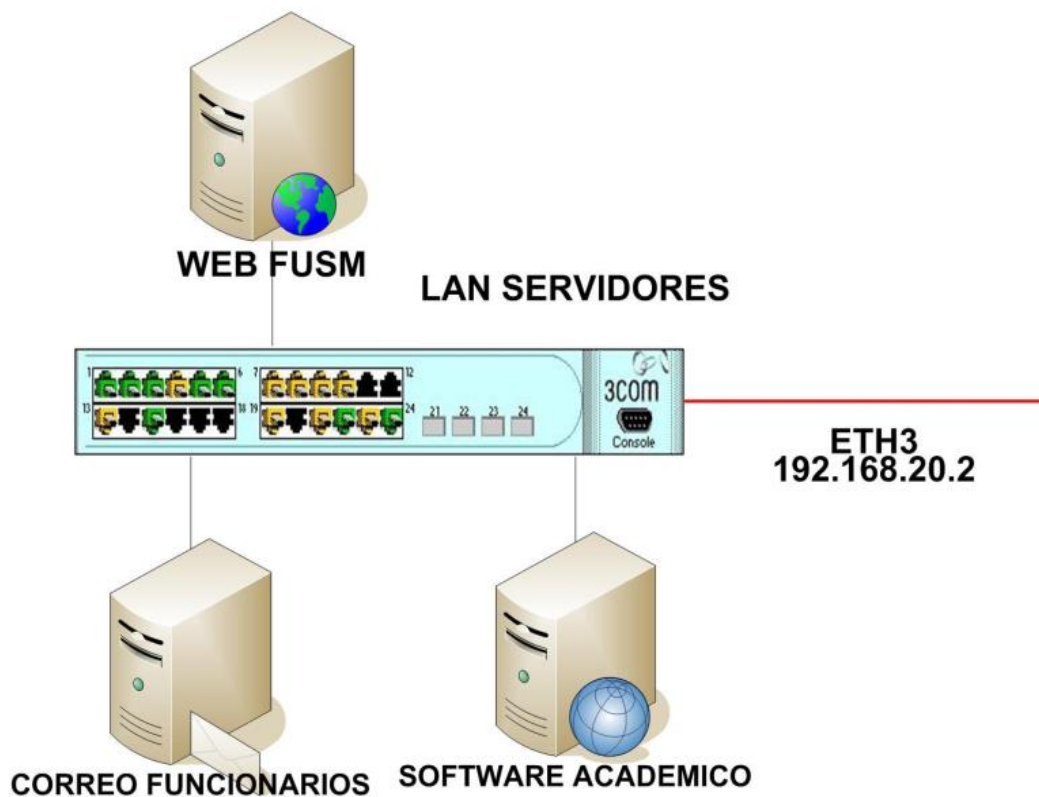
(División De Redes Y Comunicaciones I&T, 2008)

La red de la sede central a su vez se encuentra dividido en redes de área local virtuales VLAN, las cuales se ajustan según los niveles de seguridad y privilegios ofrecidos a los diferentes usuarios de la misma, ya sean estudiantes, profesores o personal administrativo.

### 6.1.2.1 VLAN servidores

Es la red Ethernet 3 (ETH3) compuesta por tres servidores: el servidor WEB FUSM, donde se aloja la página web de la Fundación Universitaria San Martín, el servidor de correo de funcionarios, y el software académico.

Figura 15. VLAN servidores

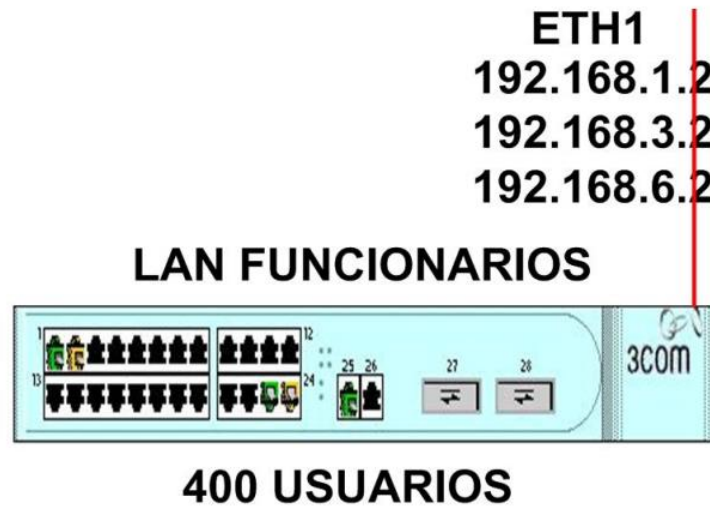


(División De Redes Y Comunicaciones I&T, 2008)

### 6.1.2.2 VLAN funcionarios

Es la red Ethernet 1 (ETH1) con una capacidad de 400 usuarios, es de uso específico entre profesores, personal administrativo de diferentes áreas y programas.

Figura 16. VLAN funcionarios



(División De Redes Y Comunicaciones I&T, 2008)

### 6.1.2.3 VLAN salas de cómputo

Es la red Ethernet 2 (ETH2) con una capacidad de 700 usuarios, en ella se encuentran todas las salas de computo pertenecientes a los trece (13) programas de modalidad presencial de la universidad asociadas a la sede central calle 80.

Figura 17. VLAN salas de computo



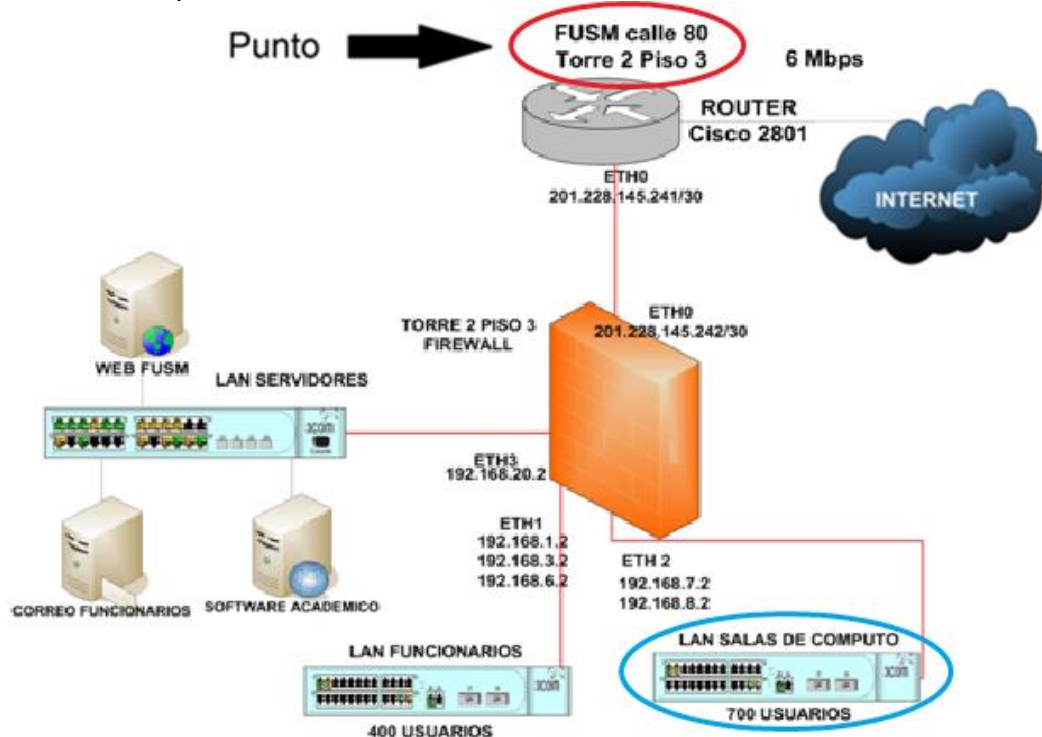
(División De Redes Y Comunicaciones I&T, 2008)

### 6.1.3 Punto para la toma de las muestras

Se planeo efectuar la toma de la muestra a toda la red de la sede central por presentar el mayor índice de tráfico, consecuencia del elevado número de usuarios. Debido a que esta red está dividida en VLANs, de las cuales dos tienen privilegios, VLAN servidores y VLAN de funcionarios, consecuencia del tipo de datos que manejan en ellas (dirección de la página web, software académico, registros de notas, historial financiero, manejo de recursos y demás), por su carácter de importante y por cuestiones de seguridad en la División de redes y comunicaciones I&T de la Universidad, no pueden ser monitoreados bajo ningún concepto. El estudio de la red Ethernet de la Fundación Universitaria San Martín bajo los criterios de seguridad, es limitado únicamente a la VLAN que puede ser monitoreada, es decir, la VLAN de las salas de cómputo.

Al ser limitado el nivel de tráfico del estudio, el siguiente paso es la determinación del punto para la toma de las muestras, este punto se encuentra en la torre 2 piso 3 de la sede central, en este punto se encuentra ubicado un switch, encargado de la creación de las VLANs.

Figura 18. Punto para la toma de las muestras



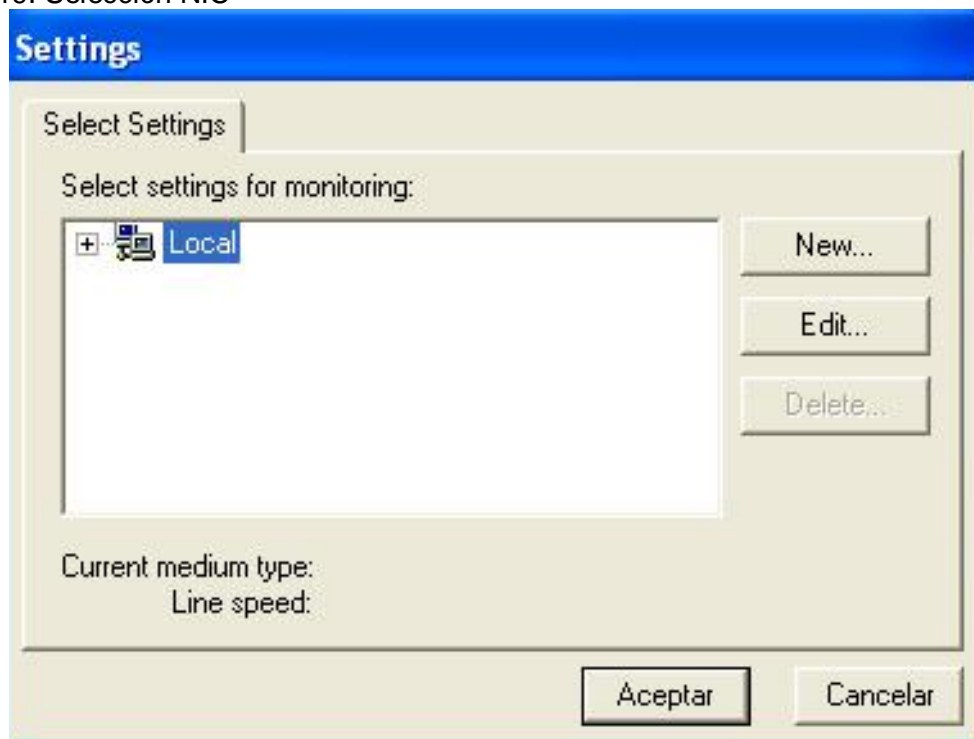
(División De Redes Y Comunicaciones I&T, 2008)

#### 6.1.4 Toma de las muestras

Ya determinado el punto para la toma de las muestras, un puerto del switch es configurado en modo espejo, en este modo el puerto refleja los datos presentes en la VLAN de las salas de computo a través de su puerto de enlace predeterminada (Gateway) para el muestreo, sin que afecten los datos que pasan ni el rendimiento de la misma.

Ya conectado al puerto en modo espejo del switch a través de un cable de conexión directa al puerto RJ 45 del computador, la toma de las muestras es realizada con el software Network Associates Sniffer Pro Versión 3.0. La primera parte es la selección de la NIC (Network Interface Card, Tarjeta de interfaz de red), al tener más de un adaptador. En la sección de "File" se elige "Settings", en esta parte se configura para tomar las muestras con Realtek PCIe FE Family Controller, es decir, por medio de una conexión de cable al puerto RJ-45.

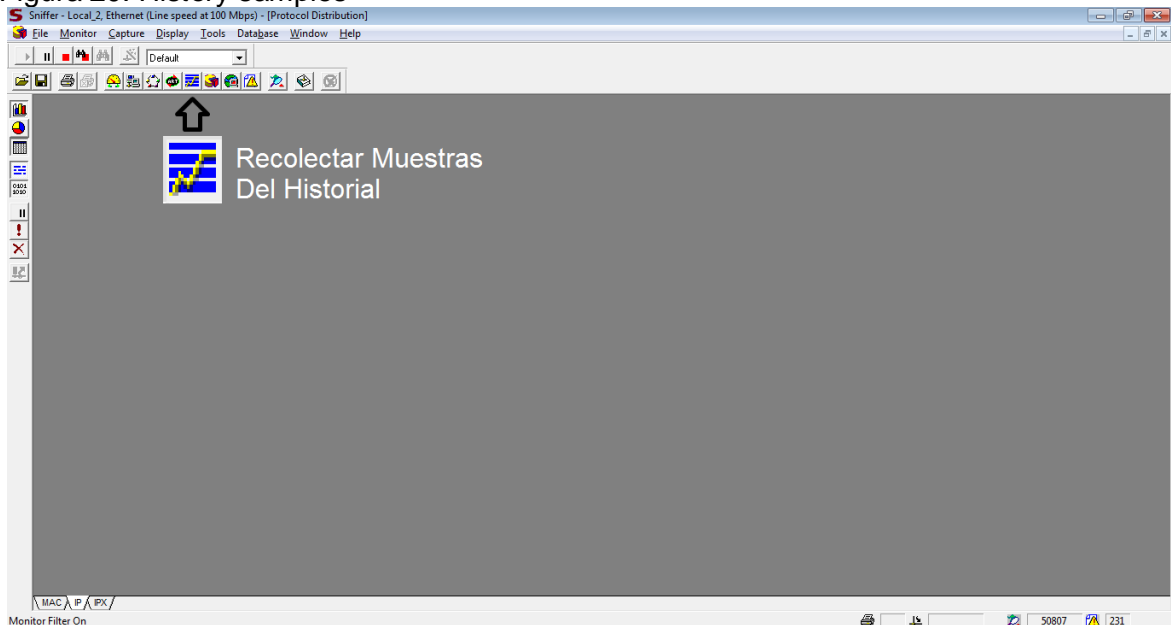
Figura 19. Selección NIC



Creado con el programa Network Associates Sniffer Pro versión 3.0

El estudio se realiza con la medida de los paquetes presentes en la VLAN de las salas de cómputo, para poder realizar estas muestras se selecciona en la parte superior del menú de Sniffer Pro, la sección de "History Samples", para recolectar el correspondiente historial.

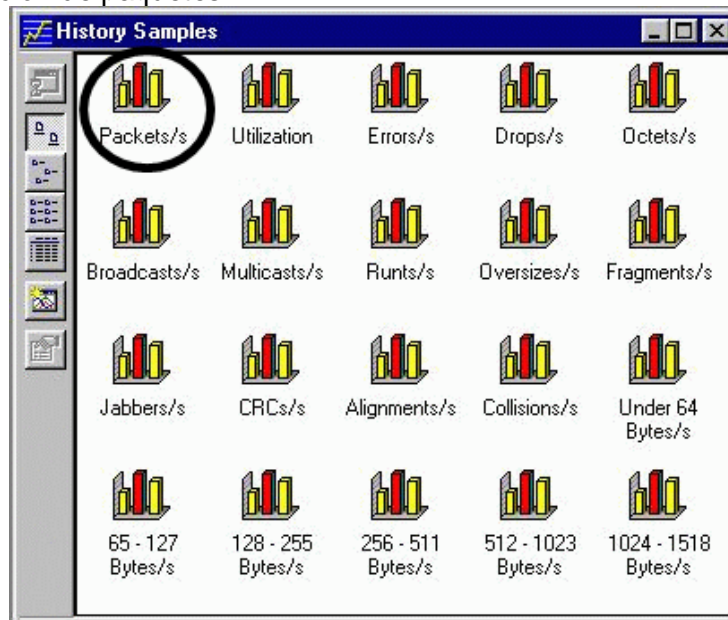
Figura 20. History samples



Creado con el programa Network Associates Sniffer Pro versión 3.0

En la sección de "History Samples" se encuentran veinte (20) tipos de parámetros a capturar, como ya se había especificado se selecciono para tomar las muestras con los paquetes, determinando la captura de las muestras cada segundo (dando clic derecho sobre "Packets/s").

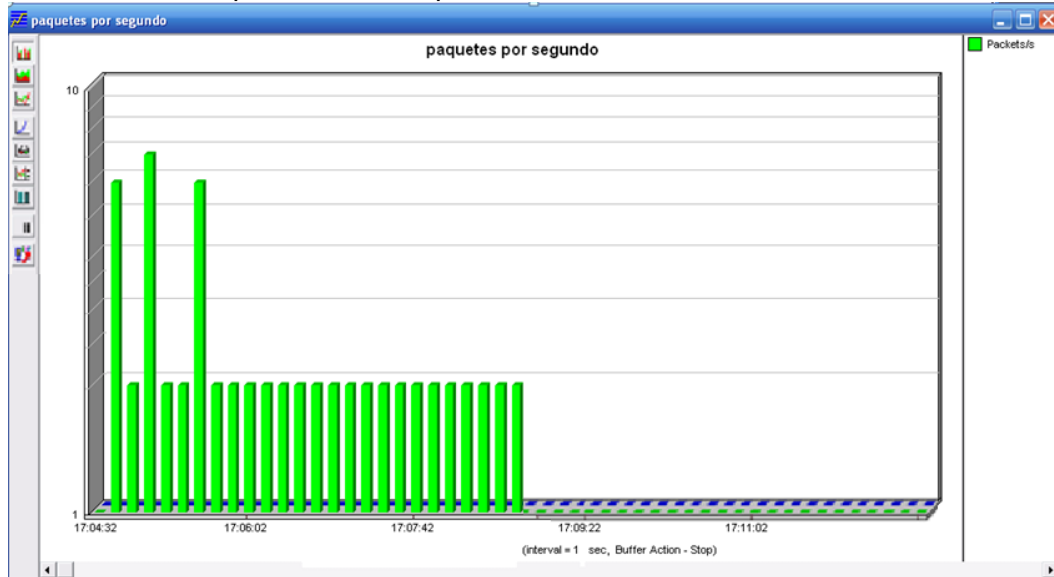
Figura 21. Selección de paquetes



Creado con el programa Network Associates Sniffer Pro versión 3.0

De esta forma empezó la captura de los datos, los cuales se visualizan en una gráfica de paquetes vs tiempo.

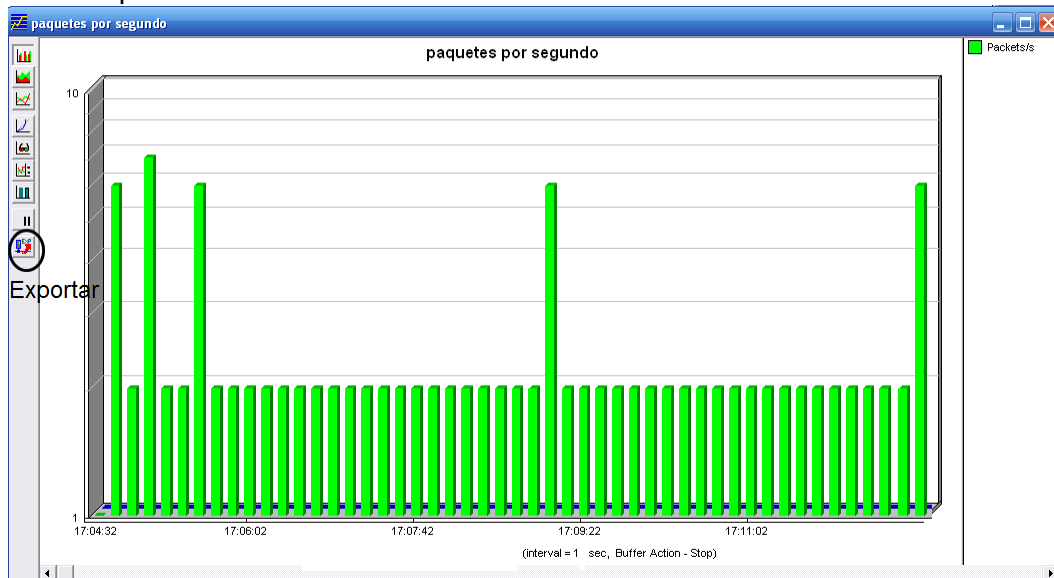
Figura 22. Gráfica Paquetes Vs. Tiempo



Creado con el programa Network Associates Sniffer Pro versión 3.0

Al finalizar la toma de las muestras, para su posterior análisis mediante otras herramientas (Crystall Ball y MATLAB R2010a), se guardo con la opción de exportar.

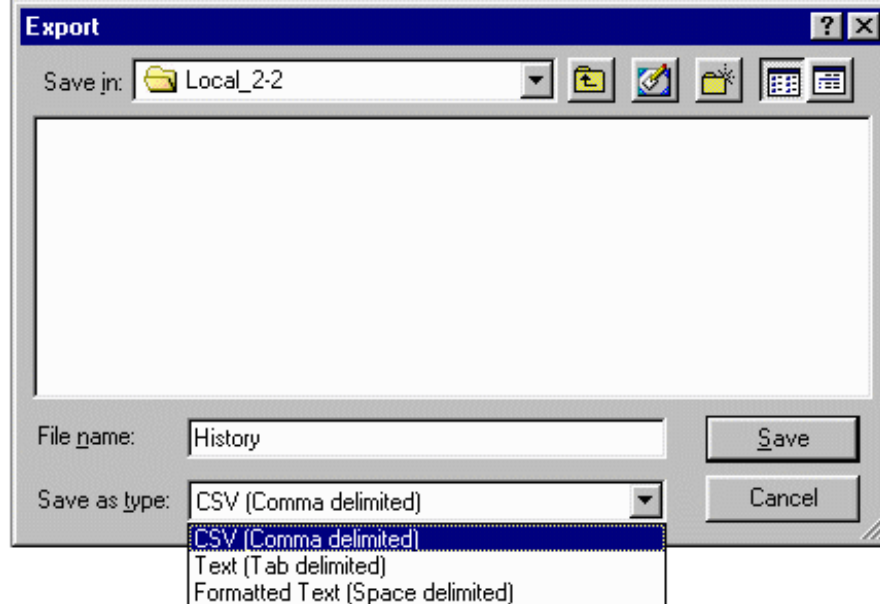
Figura 23. Exportación de las muestras



Creado con el programa Network Associates Sniffer Pro versión 3.0

Se guardo en el formato que divide cada dato entre espacios (“Formatted Text”) y se salva en la ubicación deseada.

Figura 24. Salvar datos



Creado con el programa Network Associates Sniffer Pro versión 3.0

### 6.1.5 Muestras

El punto de toma de las muestras ubicado en un recinto cerrado en la torre 2 piso 3 de la sede principal calle 80, es de acceso controlado por la División de redes y comunicaciones I&T, dificultando el horario para realizar el muestreo, ya que depende de la presencia de uno de sus miembros y por consiguiente, se tuvo que tener en cuenta su disponibilidad de tiempo. Tratando de tener una igualdad en cuanto al día y la hora para realizar el procedimiento, se tomaron las siguientes muestras con sus respectivos intervalos de tiempo:

Tabla 2. Banco de muestras

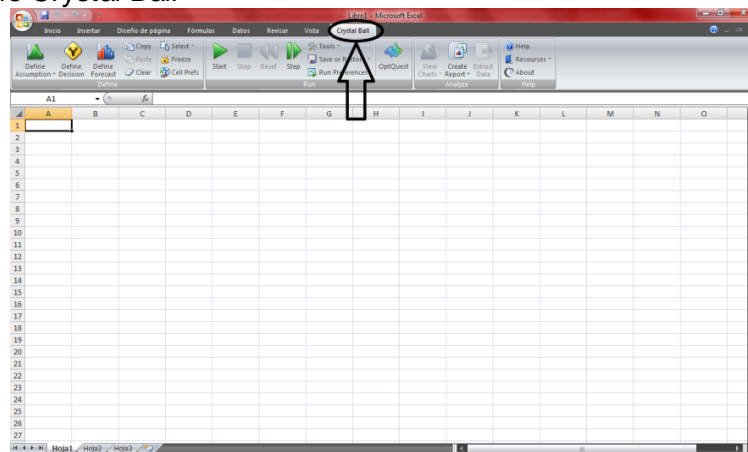
Número De Muestra	Fecha	Hora Inicio	Hora Final	Nombre Archivo
Muestra 1	16/Marzo/2010	11:30 a.m.	12:30 p.m.	Muestra1.txt
Muestra 2	18/Marzo/2010	12:04 p.m.	01:04 p.m.	Muestra2.txt
Muestra 3	24/Marzo/2010	12:04 p.m.	01:04 p.m.	Muestra3.txt
Muestra 4	25/Marzo/2010	12:13 p.m.	01:13 p.m.	Muestra4.txt
Muestra 5	26/Marzo/2010	12:10 p.m.	01:10 p.m.	Muestra5.txt

Para todas las muestras el tiempo de toma fue exactamente de 60 minutos, con un intervalo de un segundo entre captura, lo que conlleva a que cada muestra tenga 3600 registros.

## 6.2 ESTUDIO DE CARACTERÍSTICAS DE DISTRIBUCIÓN POISSON

En esta parte se uso la herramienta de software Oracle Crystal Ball versión 11.1.1, es una suite sofisticada de simulación, previsión y herramienta de análisis de riesgos mediante el uso de hojas de cálculo (Oracle, 2008). Este software se ejecuta junto con Microsoft Office Excel 2007. El caso particular para el cual se utilizo es para realizar pruebas de bondad de ajuste entre las muestras de la red Ethernet de la Fundación Universitaria San Martín y la función de distribución de Poisson, por medio de la prueba de Chi Cuadrado  $\rightarrow \chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}$

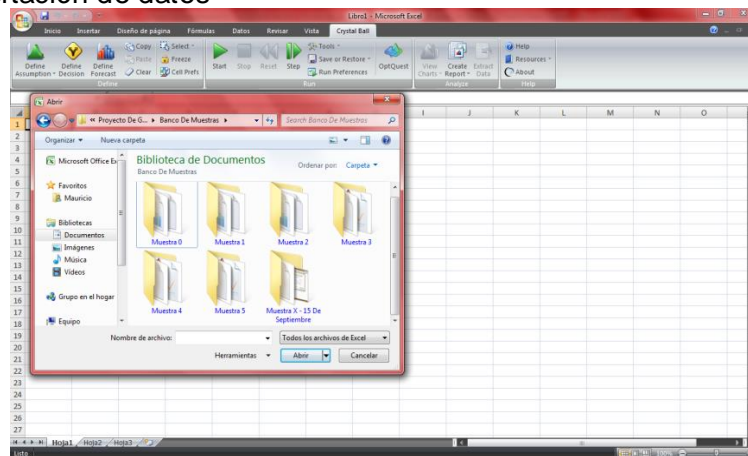
Figura 25. Oracle Crystal Ball



Creado con el programa Excel 2007

Lo primero es abrir en Excel 2007 los datos que fueron guardados desde Sniffer Pro, para poder analizarlos mediante Crystal Ball. Se asegura tener habilitado la opción de abrir "Todos los archivos".

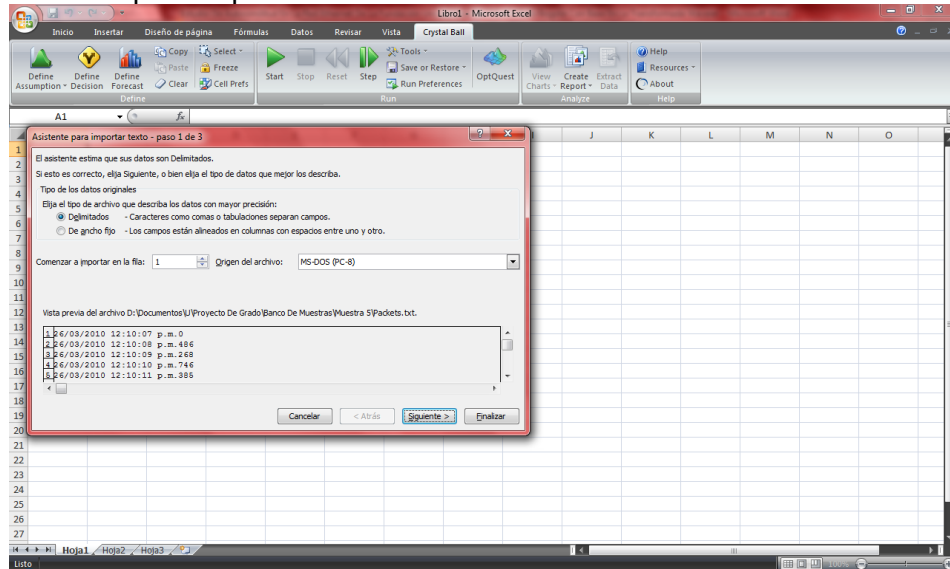
Figura 26. Importación de datos



Creado con el programa Excel 2007

Debido a que los datos de las muestras se encuentran en un documento de texto, se abre automáticamente el *Asistente para importar texto*, el cual consta de tres pasos para seleccionar los parámetros. En el paso 1 se selecciona la opción “Delimitados”.

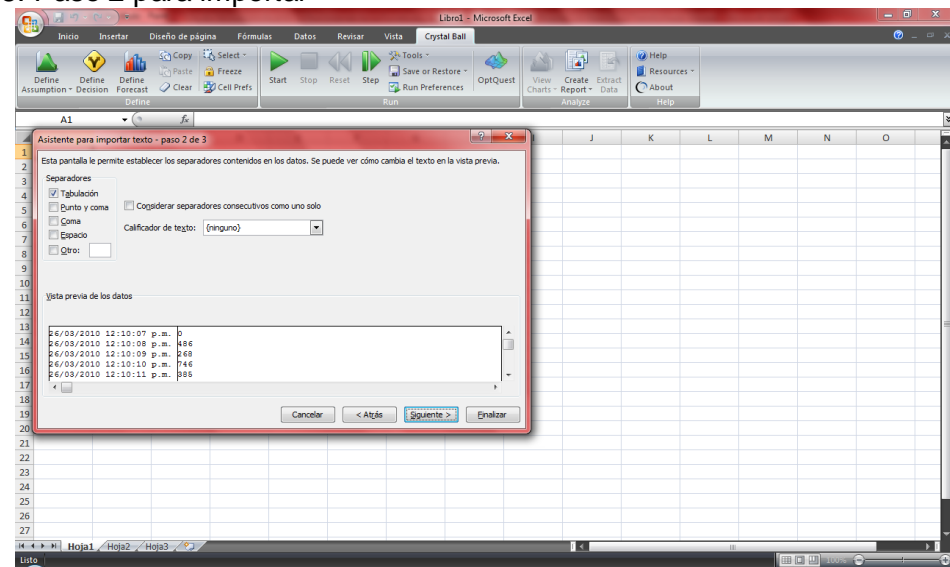
Figura 27. Paso 1 para importar



Creado con el programa Excel 2007

En el paso 2 se selecciona en el tipo de separadores “Tabulación” y en calificador de texto se selecciona “Ninguno”, es decir, cada vez que encuentra una tabulación en el formato lo utilice para separar los datos a importar en cada celda de Excel 2007.

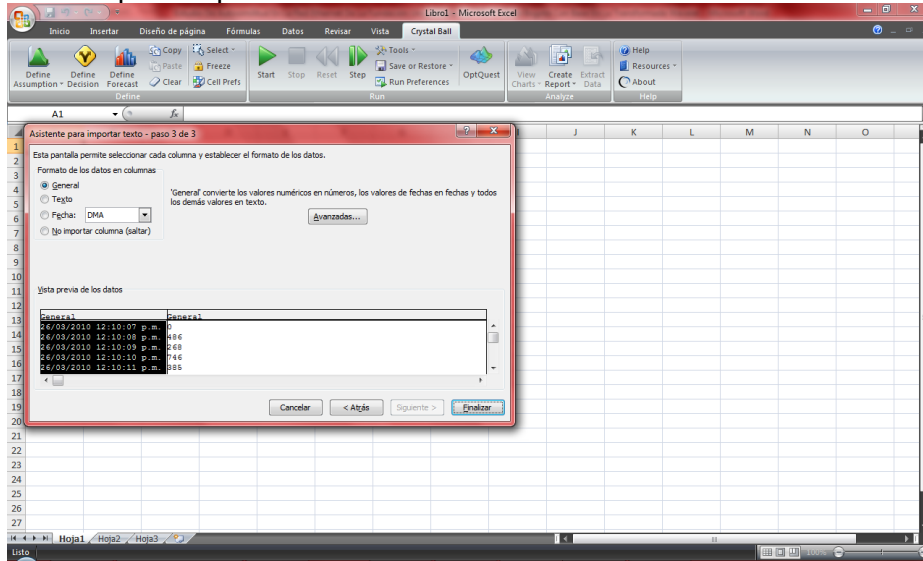
Figura 28. Paso 2 para importar



Creado con el programa Excel 2007

En el paso 3 en el formato de los datos se selecciona “General”, esta opción convierte los valores numéricos de los datos en números, los valores de fecha en fecha y todos los demás valores en texto.

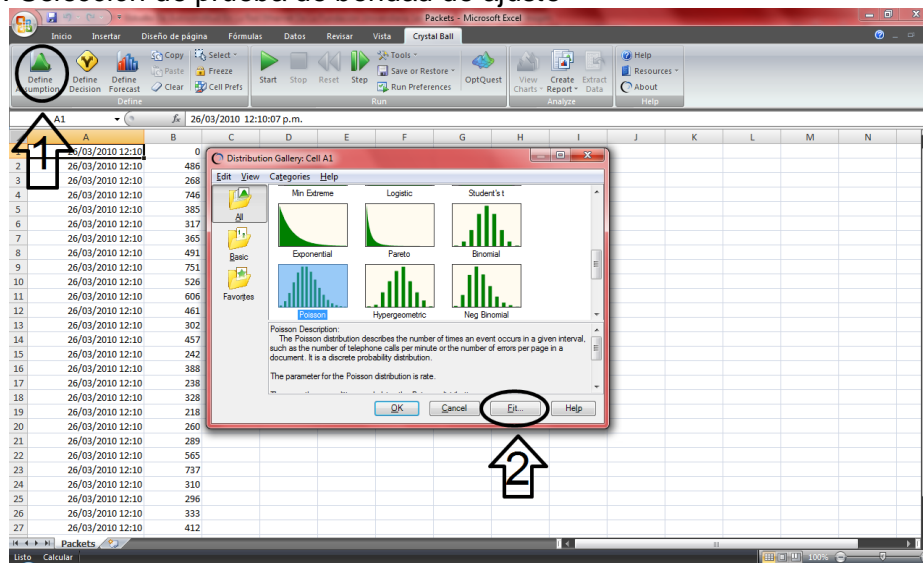
Figura 29. Paso 3 para importar



Creado con el programa Excel 2007

Al tener los datos cargados en la hoja de Excel 2007, se procedió a seleccionar la prueba de bondad de ajuste, con la opción de la barra “Define Assumption”, en la cual están un gran número de distribuciones de probabilidad y en la parte final esta la opción “Fit”, con la cual se realiza la prueba de bondad de ajuste.

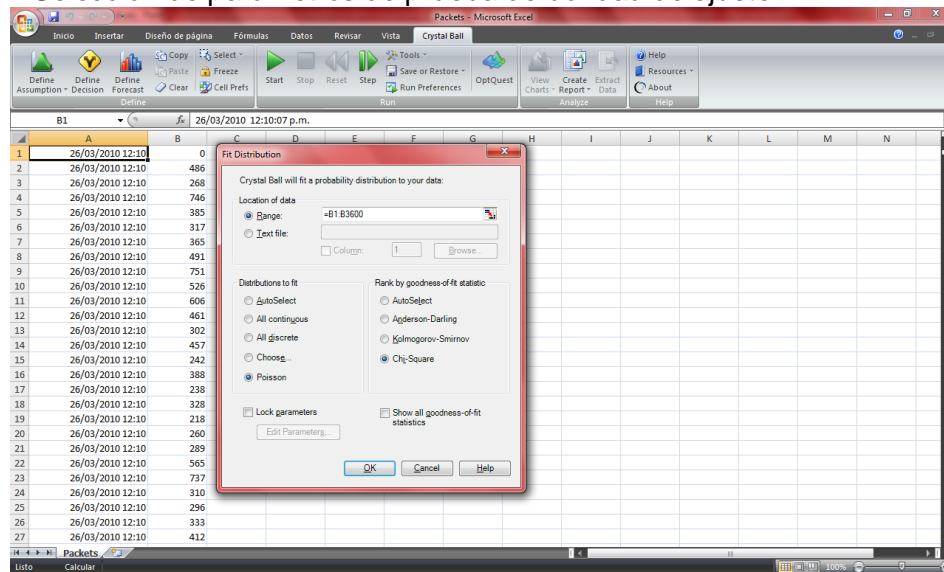
Figura 30. Selección de prueba de bondad de ajuste



Creada con el programa Excel 2007 y Crystal Ball

Se selecciono los parámetros necesarios para realizar la prueba de bondad de ajuste: en “Location Of Data”, el rango de las celdas en las cuales se encuentran los datos (B1:B3600); en “Distributions To Fit” se selecciona la función de densidad a ajustar, en este caso Poisson; en “Rank By Goodness Of Fit Statistic” la prueba Chi Cuadrado, ya que las demás pruebas de bondad de ajuste para la función de distribución Poisson se encuentran en desarrollo (Oracle, 2008).

Figura 31. Selección de parámetros de prueba de bondad de ajuste



Creado con el programa Excel 2007 y Crystal Ball

Se presiona aceptar y es generada la prueba de bondad de ajuste Chi Cuadrado a las muestras tomadas en la red Ethernet de la Fundación Universitaria San Martín sede Bogotá (el procedimiento se realiza para cada muestra).

Para un posterior uso, es guardado en otro archivo únicamente los datos de los paquetes, son descartados y por consiguiente eliminada la columna referente a los datos de la fecha y hora de las muestras.

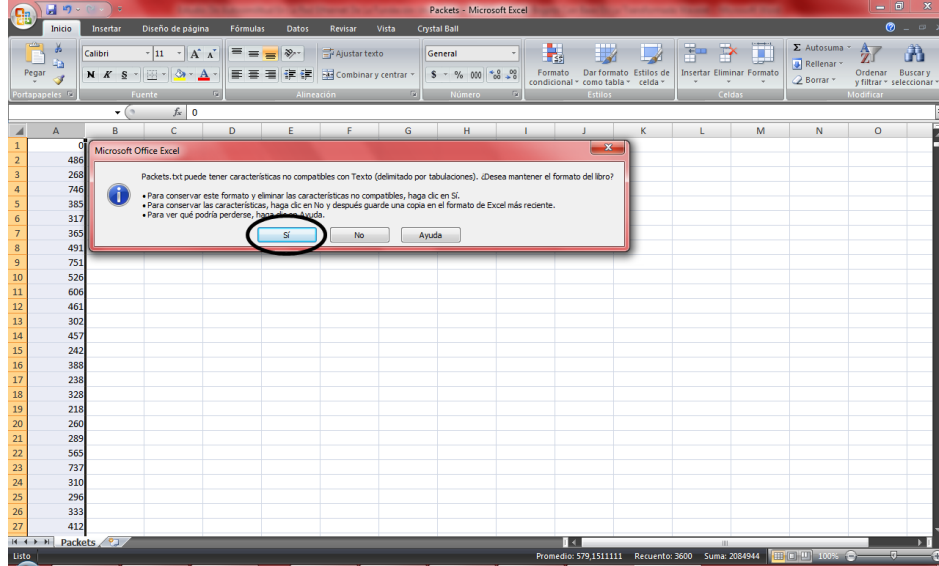
Tabla 3. Paquetes del banco de muestras

Número De Muestra	Nombre Archivo	Nombre Archivo Paquetes
Muestra 1	Muestra1.txt	Paquetes1.txt
Muestra 2	Muestra2.txt	Paquetes2.txt
Muestra 3	Muestra3.txt	Paquetes3.txt
Muestra 4	Muestra4.txt	Paquetes4.txt
Muestra 5	Muestra5.txt	Paquetes5.txt

Debido a que se está trabajando con un formato de texto (txt) en una hoja de cálculo de Excel 2007, al momento de guardar el nuevo archivo se elije conservar

el formato y eliminar las características no compatibles, es decir, guardar el nuevo archivo en un formato de texto (txt) y no como hoja de cálculo Excel 2007.

Figura 32. Guardar archivo paquetes



Creado con el programa Excel 2007 y Crystal Ball

### 6.3 ESTUDIO DE DEPENDENCIA DE LARGO ALCANCE Y AUTOSIMILITUD

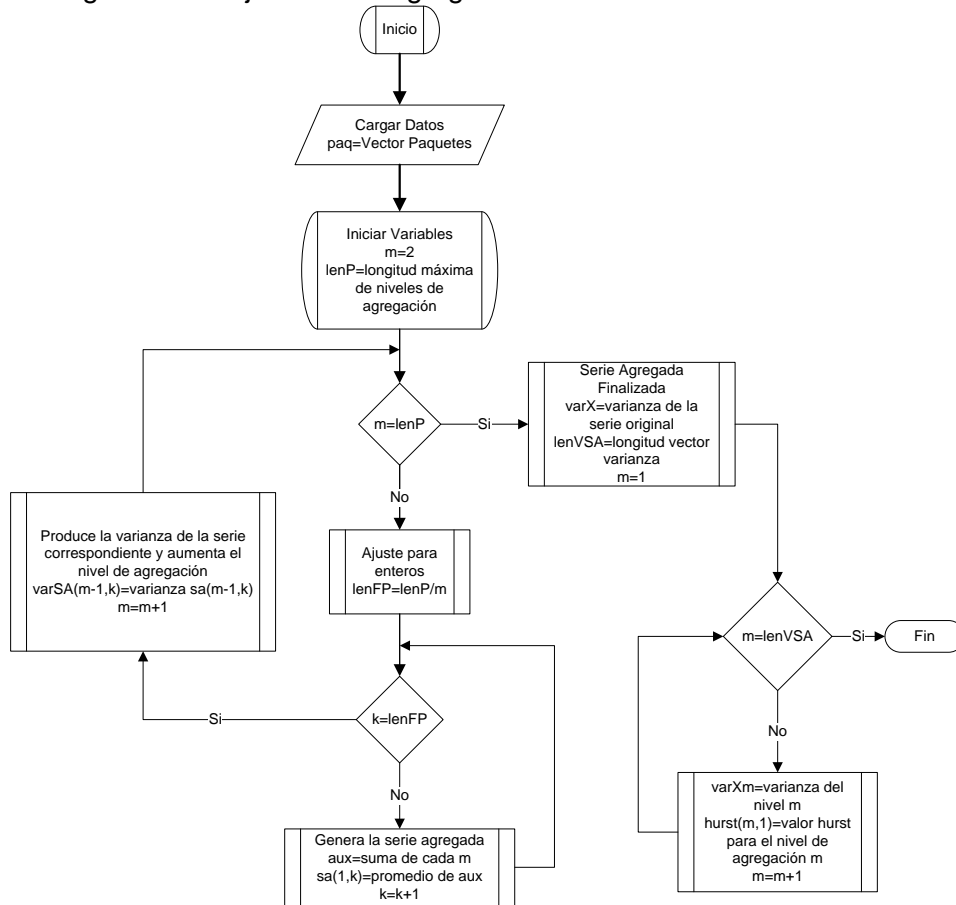
Para realizar el estudio de dependencia de largo alcance y autosimilitud se desarrollaron en MATLAB 7.10.0 (R2010a) dos programas los cuales se encargan de generar las series agregadas de las muestras (primer código) y determinación por método de regresión lineal de mínimos cuadrados en la Gráfica Varianza-Tiempo del parámetro de autosimilitud Hurst (segundo código).

#### 6.3.1 Serie agregada

El código en MATLAB (Ver Anexo 3) se encarga de generar las series mediante el uso de la ecuación 43 (Serie Agregada)  $\rightarrow x_k^{(m)} = \frac{1}{m} \sum_{i=k-m}^{km} x_i$ , la cual genera bloques adyacentes no superpuestos de diferentes tamaños variando el valor de m. Este procedimiento es una técnica con la cual se comprime la escala para su comparación con la serie original y con otras escalas, de esta forma se logra analizar el efecto de la fractalidad a diferentes niveles, para este caso el tiempo.

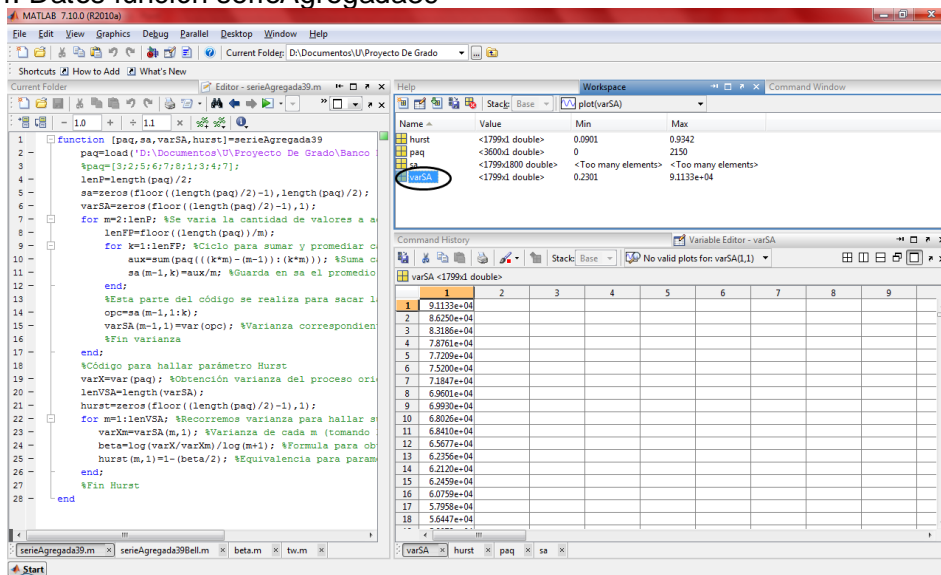
Cada nivel genera su propia varianza, con el uso de la ecuación 47 (Varianza Para Autosimilitud Asintótica De Segundo Orden)  $\rightarrow Var(x^{(m)}) \sim \frac{Var(x)}{m^\beta}$  el parámetro de autosimilitud Hurst es calculado mediante la relación Beta.

Figura 33. Diagrama de flujo de serie agregada



Creado con el programa Visio 2007

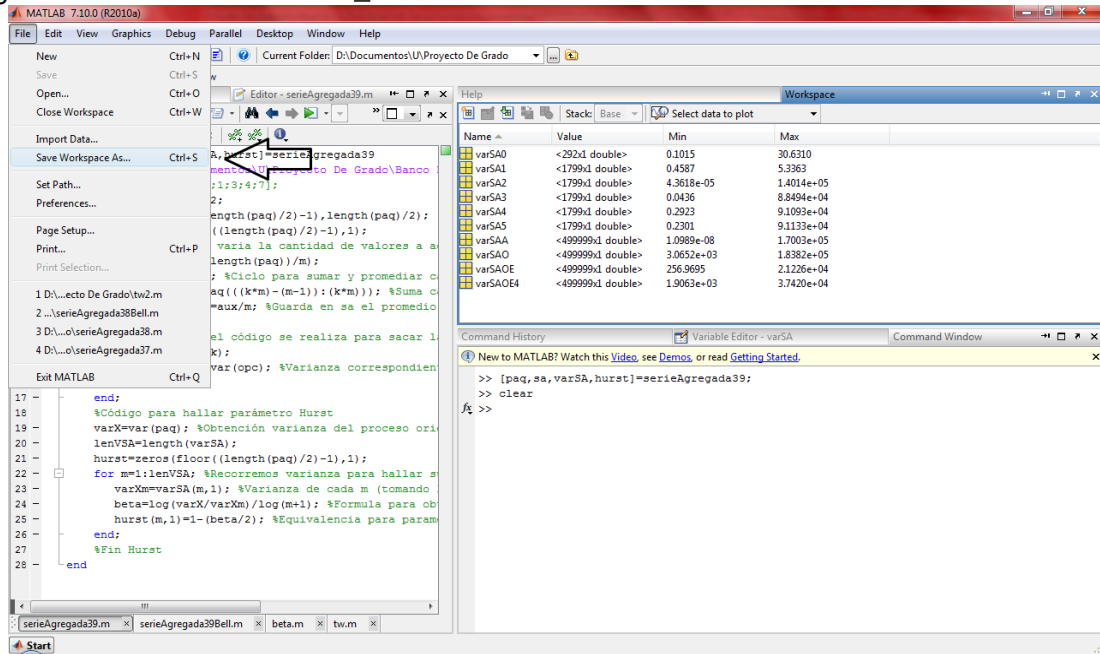
Figura 34. Datos función serieAgregada39



Creado con el programa MATLAB R2010a

Tras realizar este procedimiento, se obtienen todas las varianzas para cada muestra, estos datos son guardados en una variable como un archivo de datos MATLAB (.mat), es decir, se guarda el resultado de los vectores que contienen las varianzas de cada una de las series agregadas, esto con el fin de un uso posterior. El nombre del archivo es varSA\_T.mat.

Figura 35. Creación de varSA\_T.mat



Creado con el programa MATLAB R2010a

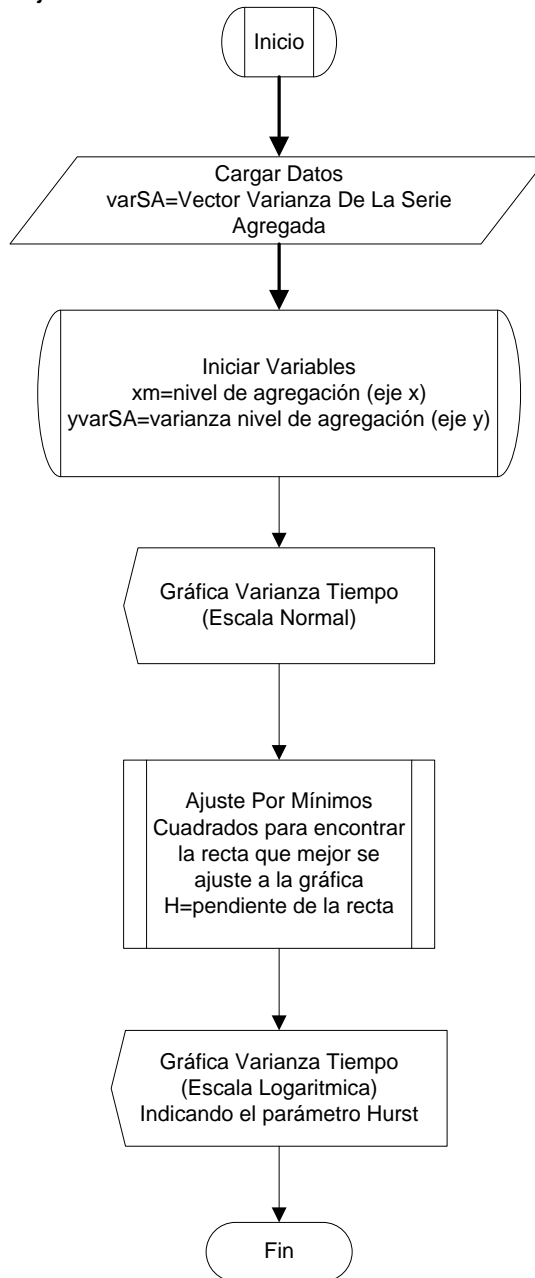
En la figura 34 se observan todos los vectores varianza del banco de muestras.

### 6.3.2 Parámetro Hurst

Con el código serieAgregada39 se obtiene la varianza para cada nivel de agregación  $m$  (varSA\_T.mat), con su correspondiente parámetro de autosimilitud Hurst. Sin embargo las muestras no pueden ser descritas con un diferente parámetro para cada nivel  $m$ , por esto al graficar Varianza Vs. Tiempo, es decir, cada varianza contra su respectivo  $m$  en una escala logarítmica todos los puntos tenderán a una línea recta.

Por ajuste de mínimos cuadrados se encuentran los valores de la recta que mejor se ajustan a estos puntos, la pendiente de esta recta tendrá un valor de  $-\beta$ , y empleando la ecuación 49 (Relación Hurst-Beta)  $\rightarrow H = 1 - \frac{\beta}{2}$  se halla el valor del parámetro Hurst característica de cada muestra.

Figura 36. Diagrama de flujo de Hurst



Creado con el programa Visio 2007

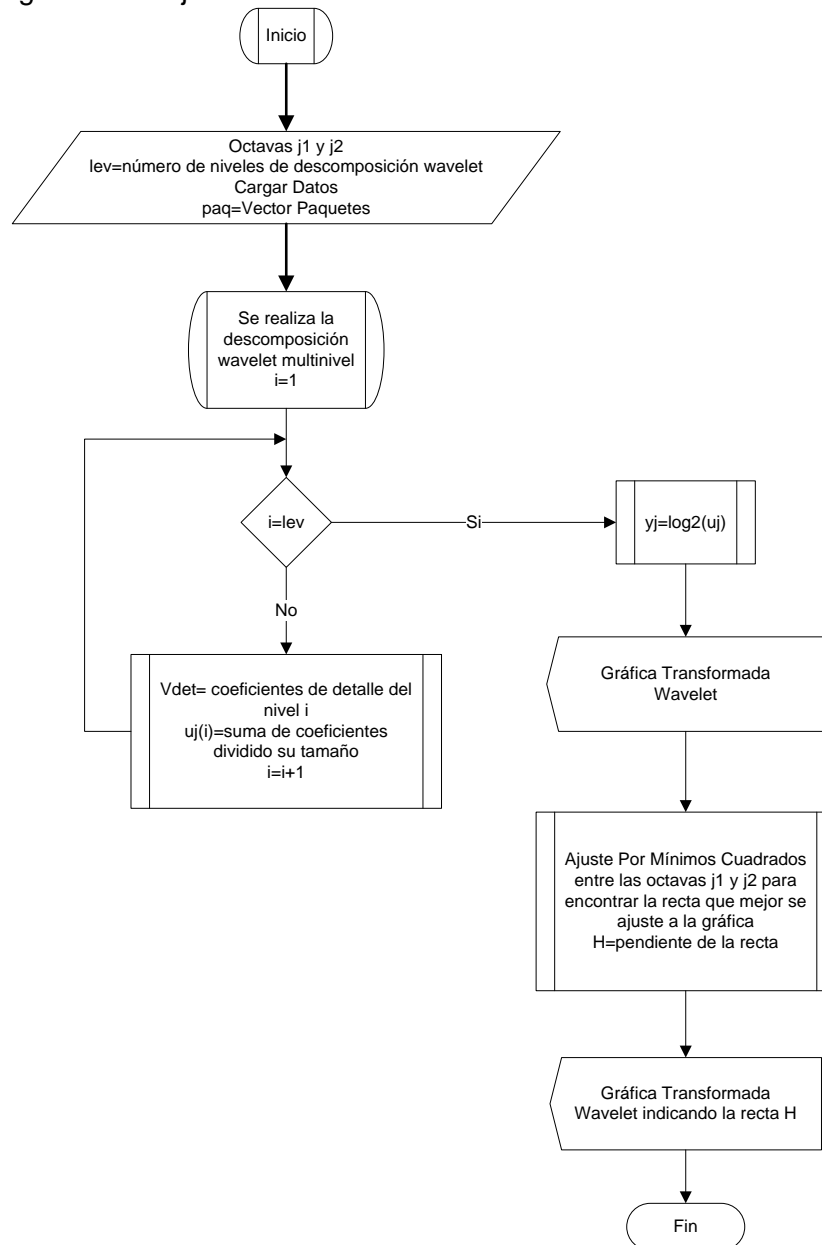
#### 6.4 USO DE LA TRANSFORMADA WAVELET

Para el uso de la transformada Wavelet se hace uso de la ecuación 73 (Estimador Varianza)  $\rightarrow u_j = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n_j} |d_x(j, k)|^2$ . Lo primero es hacer un análisis multinivel Wavelet del cual para cada nivel se extraen los coeficientes de detalle, y con estos es posible sacar el Estimador Varianza  $y_j$ . Se gráfica el estimador varianza  $y_j$

contra sus correspondientes octavas y por método de mínimos cuadrados se halla la recta que mejor se ajuste a la gráfica, se hace una estimación variando las octavas.

Para este caso se empleo la Wavelet Haar, ya que tiene un buen índice de localización espacial y temporal por ser una Wavelet del tipo compacta. Se contrasta los resultados haciendo uso de la Wavelet db4.

Figura 37. Diagrama de flujo de transformada Wavelet



Creado con el programa Visio 2007

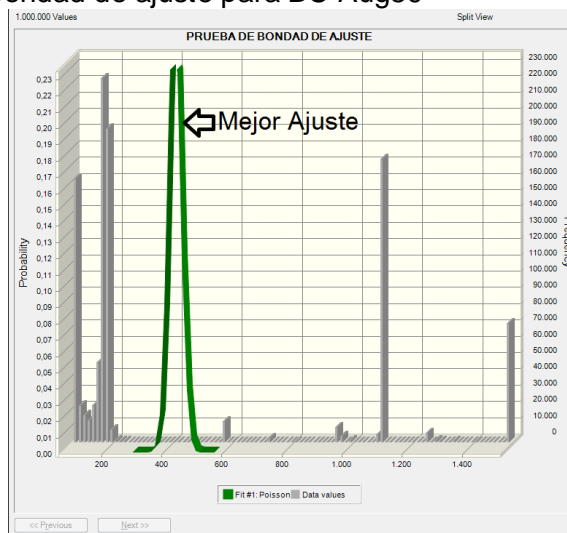
## 7. PRUEBAS Y RESULTADOS

### 7.1 PRUEBA DE BONDAD DE AJUSTE

Se realiza esta prueba con las trazas de Bellcore con el fin de comprobar y verificar que las herramientas usadas en los procedimientos aplicados son de confianza y seguridad con los requerimientos.

#### 7.1.1 BC-Aug89

Figura 38. Prueba de bondad de ajuste para BC-Aug89



Creado con el programa Crystal Ball

Figura 39. Valores prueba de bondad de ajuste para BC-Aug89

Distribution	Chi-Square	P-Value	Parameters
Poisson	5.309 230 699	0.000	Rate=434.29

Statistic	Fit #1: Poisson	Data values
Values	---	1,000,000
Mean	434.29	434.29
Median	434.00	162.00
Mode	434.00	162.00
Standard Dev	20.84	484.97
Variance	434.29	235,198.38
Skewness	0.0480	1.13
Kurtosis	3.00	2.60
Coeff. of Vari	0.0480	1.12
Minimum	0.00	64.00
Maximum	Infinito	1,518.00
Mean Std. Err	---	0.48

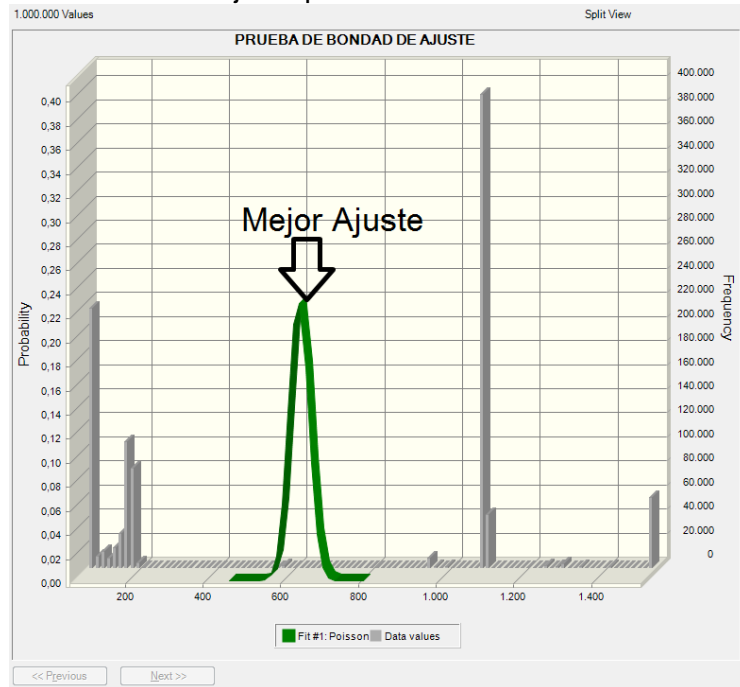
  

Percentile	Fit #1: Poisson	Data values
0%	0.00	64.00
10%	408.00	64.00
20%	417.00	106.00
30%	423.00	158.00
40%	429.00	162.00
50%	434.00	162.00
60%	439.00	174.00
70%	445.00	182.00
80%	452.00	1,090.00
90%	461.00	1,090.00
100%	Infinito	1,518.00

Creado con el programa Crystal Ball

## 7.1.2 BC-Oct89

Figura 40. Prueba de bondad de ajuste para BC-Oct89



Creado con el programa Crystal Ball

Figura 41. Valores prueba de bondad de ajuste para BC-Oct89

1,000,000 Displayed

Ranked by: Chi-Square			
Distribution	Chi-Square	P-Value	Parameters
Poisson	4,314,831.575	0,000	Rate=638,29

Statistic	Fit #1: Poisson	Data values
Values	---	1,000,000
Mean	638,29	638,29
Median	638,00	1,082,00
Mode	638,00	1,082,00
Standard Dev	25,26	519,18
Variance	638,29	269,548,78
Skewness	0,0396	0,0671
Kurtosis	3,00	1,26
Coeff. of Vari	0,0396	0,8134
Minimum	0,00	64,00
Maximum	Infinito	1,518,00
Mean Std. Err	---	0,52

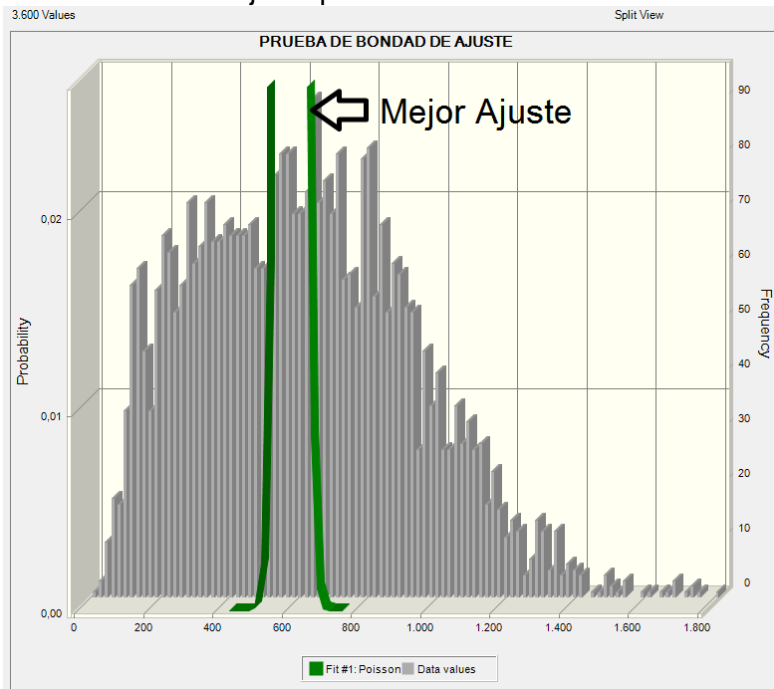
  

Percentile	Fit #1: Poisson	Data values
0%	0,00	64,00
10%	606,00	64,00
20%	617,00	66,00
30%	625,00	158,00
40%	632,00	174,00
50%	638,00	1,082,00
60%	645,00	1,082,00
70%	651,00	1,082,00
80%	660,00	1,082,00
90%	671,00	1,090,00
100%	Infinito	1,518,00

Creado con el programa Crystal Ball

### 7.1.3 Muestra 1

Figura 42. Prueba de bondad de ajuste para muestra 1



Creado con el programa Crystal Ball

Figura 43. Valores prueba de bondad de ajuste para muestra 1

Ranked by: Chi-Square			
Distribution	Chi-Square	P-Value	Parameters
Poisson	665.051,7690	0,000	Rate=608,45

Percentile	Fit #1: Poisson	Data values
0%	0,00	0,00
10%	577,00	206,00
20%	588,00	308,00
30%	595,00	406,00
40%	602,00	508,00
50%	608,00	594,00
60%	615,00	679,00
70%	621,00	778,00
80%	629,00	879,00
90%	640,00	1,029,00
100%	Infinito	1,800,00

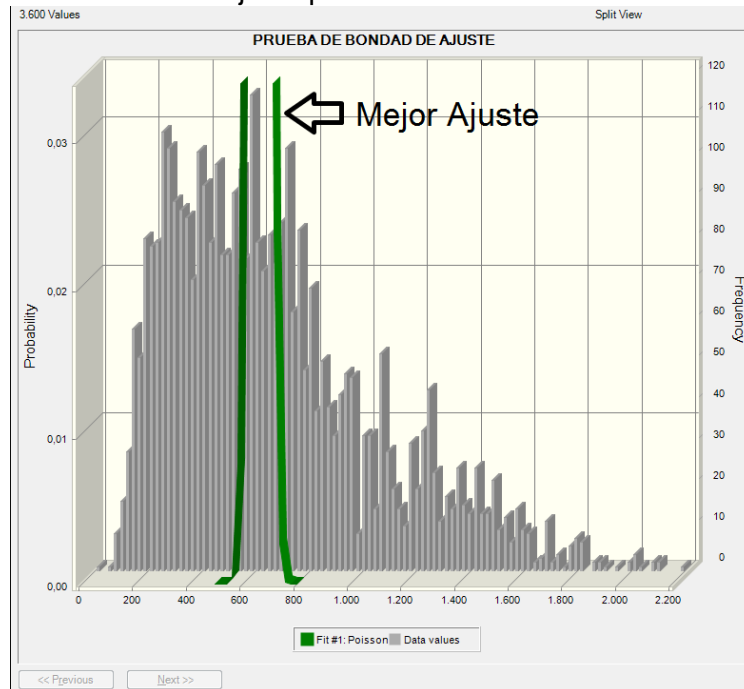
  

Statistic	Fit #1: Poisson	Data values
Values	---	3,600
Mean	608,45	608,45
Median	608,00	594,00
Mode	608,00	684,00
Standard Dev	24,67	312,77
Variance	608,45	97,826,95
Skewness	0,0405	0,3954
Kurtosis	3,00	2,76
Coeff. of Vari	0,0405	0,5140
Minimum	0,00	0,00
Maximum	Infinito	1,800,00
Mean Std. Err	---	5,21

Creado con el programa Crystal Ball

## 7.1.4 Muestra 2

Figura 44. Prueba de bondad de ajuste para muestra 2



Creado con el programa Crystal Ball

Figura 45. Valores prueba de bondad de ajuste para muestra 2

Ranked by: Chi-Square			
Distribution	Chi-Square	P-Value	Parameters
Poisson	850.044,5474	0,000	Rate=654,71

Percentile	Fit #1: Poisson	Data values
0%	0,00	0,00
10%	622,00	228,00
20%	633,00	309,00
30%	641,00	400,00
40%	648,00	494,00
50%	655,00	584,00
60%	661,00	676,00
70%	668,00	775,00
80%	676,00	945,00
90%	688,00	1.237,00
100%	Infinito	2.199,00

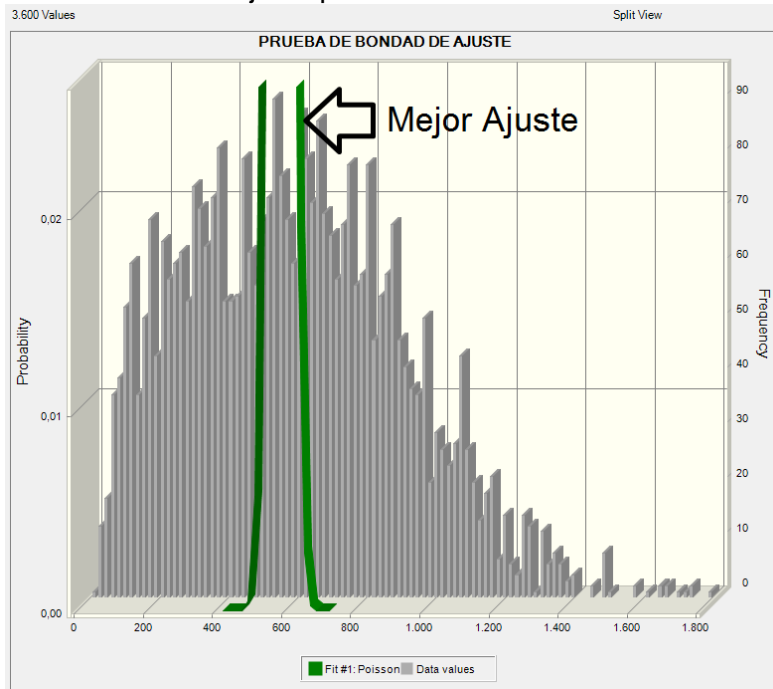
  

Statistic	Fit #1: Poisson	Data values
Values	---	3.600
Mean	654,71	654,71
Median	655,00	584,00
Mode	654,00	458,00
Standard Dev	25,59	384,60
Variance	654,71	147.914,85
Skewness	0,0391	0,9397
Kurtosis	3,00	3,49
Coeff. of Vari	0,0391	0,5874
Minimum	0,00	0,00
Maximum	Infinito	2.199,00
Mean Std. Err	---	6,41

Creado con el programa Crystal Ball

### 7.1.5 Muestra 3

Figura 46. Prueba de bondad de ajuste para muestra 3



Creado con el programa Crystal Ball

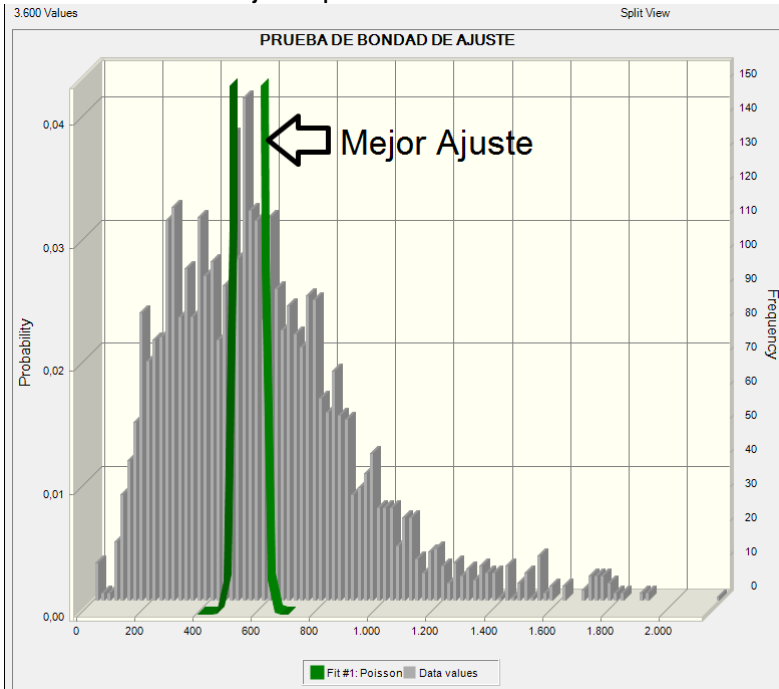
Figura 47. Valores prueba de bondad de ajuste para muestra 3

3.600 Displayed			
Ranked by: Chi-Square			
Distribution	Chi-Square	P-Value	Parameters
Poisson	676.542,4665	0,000	Rate=581,74
Percentile	Fit #1: Poisson	Data values	
0%	0,00	0,00	
10%	551,00	174,00	
20%	561,00	286,00	
30%	569,00	374,00	
40%	575,00	479,00	
50%	582,00	566,00	
60%	588,00	652,00	
70%	594,00	748,00	
80%	602,00	852,00	
90%	613,00	1.001,00	
100%	Infinito	1.799,00	
Statistic	Fit #1: Poisson	Data values	
Values	---	3.600	
Mean	581,74	581,74	
Median	582,00	566,00	
Mode	581,00	171,00	
Standard Dev	24,12	312,56	
Variance	581,74	97.691,70	
Skewness	0,0415	0,4039	
Kurtosis	3,00	2,78	
Coeff. of Vari	0,0415	0,5373	
Minimum	0,00	0,00	
Maximum	Infinito	1.799,00	
Mean Std. Err	---	5,21	

Creado con el programa Crystal Ball

### 7.1.6 Muestra 4

Figura 48. Prueba de bondad de ajuste para muestra 4



Creado con el programa Crystal Ball

Figura 49. Valores prueba de bondad de ajuste para muestra 4

3,600 Displayed

Ranked by: Chi-Square			
Distribution	Chi-Square	P-Value	Parameters
Poisson	782.203,5208	0,000	Rate=571,58

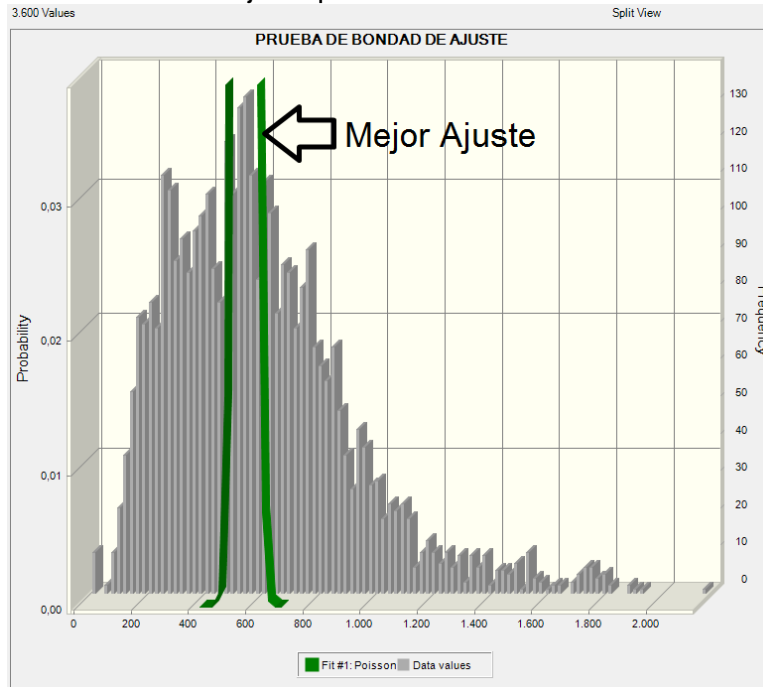
Percentile	Fit #1: Poisson	Data values
0%	0,00	0,00
10%	541,00	211,00
20%	551,00	294,00
30%	559,00	377,00
40%	565,00	463,00
50%	571,00	526,00
60%	577,00	602,00
70%	584,00	693,00
80%	592,00	793,00
90%	602,00	964,00
100%	Infinito	2,135,00

Statistic	Fit #1: Poisson	Data values
Values	---	3,600
Mean	571,58	571,58
Median	571,00	526,00
Mode	571,00	528,00
Standard Dev	23,91	315,92
Variance	571,58	99,806,85
Skewness	0,0418	1,08
Kurtosis	3,00	4,73
Coeff. of Vari	0,0418	0,5527
Minimum	0,00	0,00
Maximum	Infinito	2,135,00
Mean Std. Err	---	5,27

Creado con el programa Crystal Ball

### 7.1.7 Muestra 5

Figura 50. Prueba de bondad de ajuste para muestra 5



Creado con el programa Crystal Ball

Figura 51. Valores prueba de bondad de ajuste para muestra 5

3.600 Displayed

Ranked by: Chi-Square

Distribution	Chi-Square	P-Value	Parameters
Poisson	718.311,6270	0,000	Rate=579,15

Percentile	Fit #1: Poisson	Data values
0%	0,00	0,00
10%	548,00	219,00
20%	559,00	302,00
30%	566,00	385,00
40%	573,00	471,00
50%	579,00	535,00
60%	585,00	610,00
70%	592,00	699,00
80%	599,00	799,00
90%	610,00	972,00
100%	Infinito	2.150,00

Statistic	Fit #1: Poisson	Data values
Values	---	3.600
Mean	579,15	579,15
Median	579,00	535,00
Mode	579,00	291,00
Standard Dev	24,07	315,98
Variance	579,15	99.844,09
Skewness	0,0416	1,08
Kurtosis	3,00	4,73
Coeff. of Vari	0,0416	0,5456
Minimum	0,00	0,00
Maximum	Infinito	2.150,00
Mean Std. Err	---	5,27

Creado con el programa Crystal Ball

Gráficamente se puede observar que el mejor ajuste entre el valor observado de las muestras y el valor teórico hecho por la prueba de Crystal Ball no coinciden (se encuentra muy lejos la coincidencia de las gráficas). Con los valores estadísticos expuestos por Crystal Ball, se observa la diferencia entre las muestras y el mejor ajuste de distribución Poisson:

Tabla 4. Valores prueba bondad de ajuste

Muestra	Varianza Teórica	Varianza Real	Diferencia Varianza	Rate
BC-Aug89	434,29	235198,38	234763,71	434,29
BC-Oct89	638,29	269548,78	268909,89	638,29
Muestra 1	608,45	97826,95	97218,5	608,45
Muestra 2	654,71	147914,85	147260,14	654,71
Muestra 3	581,74	97691,70	97109,96	581,74
Muestra 4	571,58	99806,85	99235,27	571,58
Muestra 5	579,15	99844,09	99264,94	579,15

La diferencia entre las varianzas es demasiado grande (valores entre 97218,5 y 28909,89) para que las muestras estén bajo la función de distribución de Poisson. El valor "Rate" expresa el grado en que el ajuste real concuerda a un ajuste teórico entre la distribución de Poisson y la prueba de bondad de ajuste, un valor igual a cero (0) significa una concordancia perfecta, valores mayores a 50 expresan que no hay concordancia entre los valores reales y teóricos. La prueba de bondad de ajuste de Crystal Ball arroja valores de Rate exageradamente grandes, visto a través de las gráficas, es decir, ninguna de las muestras esta bajo una función de distribución de Poisson.

Estos resultados eran esperados para las trazas de Bellcore, ya que en estudios anteriores (Jones & Shen, 2005), (Rodríguez Ramirez, 2007), (Avila Arias, 2006) se ha confirmado que BC-Aug89 y BC-Oct89 no tienen una dependencia de corto alcance, o memoria nula (determinada bajo distribución Poisson), confirmando de esta manera que las pruebas realizadas a las muestras son válidas.

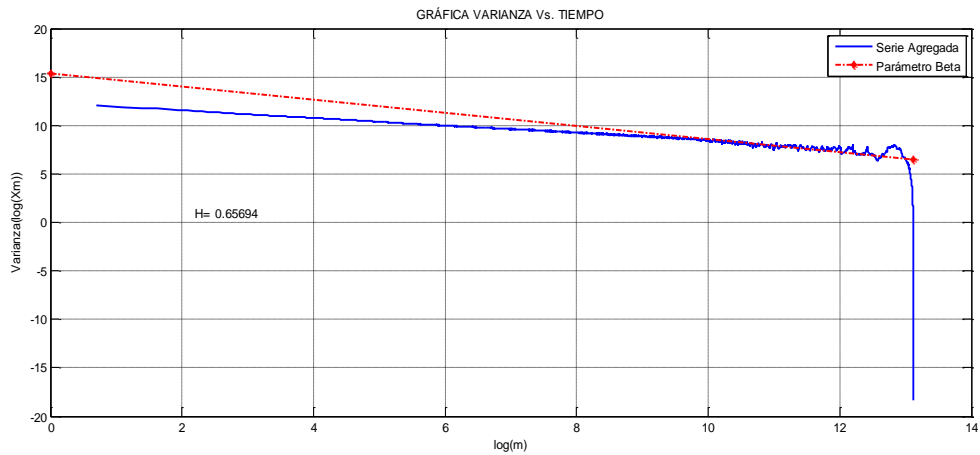
## 7.2 AUTOSIMILITUD Y DEPENDENCIA DE LARGO ALCANCE

En la figura 52 se muestra la obtención del parámetro Hurst por método gráfico Varianza-Tiempo, se observa la línea roja que hace el mejor ajuste a la gráfica para la muestra de Bellcore BC-Aug89.

La muestra Bellcore BC-Oct89 (figura 53) a pesar de tener una gráfica Varianza-Tiempo no tan lineal como BC-Aug89, y más irregular en su costado derecho presenta un ajuste por mínimos cuadrados para obtener la recta (línea roja), la cual representa la pendiente por medio de la cual es posible hallar el parámetro Hurst.

### 7.2.1 BC-Aug89

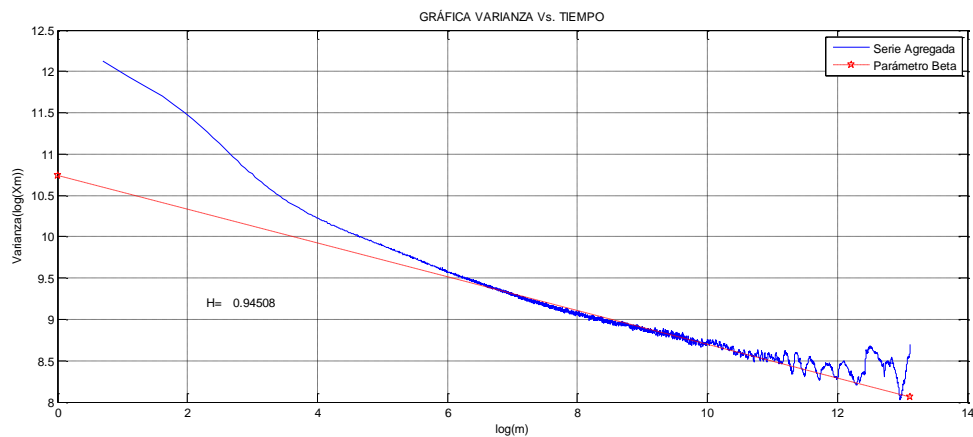
Figura 52. Gráfica Varianza-Tiempo BC-Aug89



Creado con el programa MATLAB R2010a

### 7.2.2 BC-Oct89

Figura 53. Gráfica Varianza-Tiempo BC-Oct89

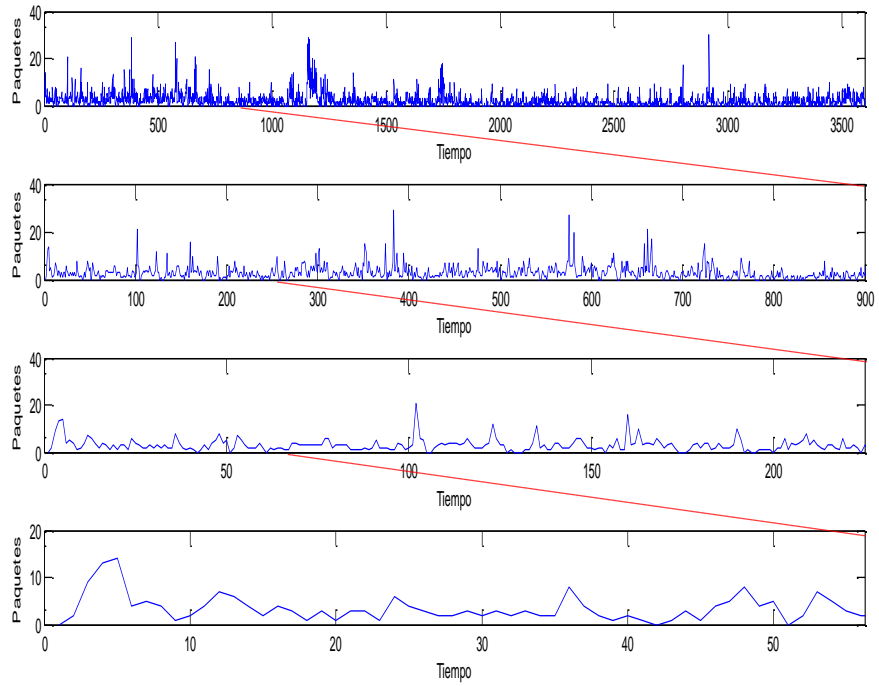


Creado con el programa MATLAB R2010a

### 7.2.3 Muestra 1

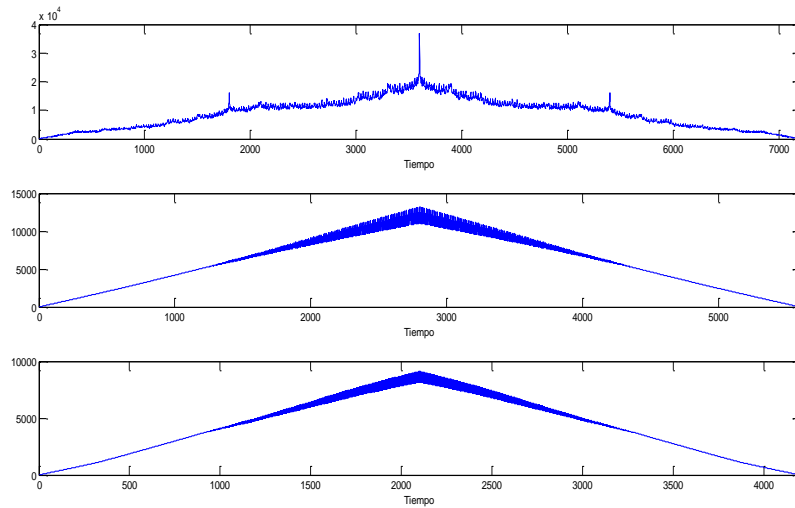
En la figura 54 es posible observar el fenómeno a diferentes escalas, tanta a escalas grandes (imagen superior) como a escalas cada vez más pequeñas (imágenes inferiores) la muestra conserva la irregularidad, no tiende a suavizarse, característica de las muestras con dependencia de largo alcance.

Figura 54. Diferentes escalas muestra 1



Creado con el programa MATLAB R2010a

Figura 55. Autocorrelación muestra 1 a diferentes agregaciones

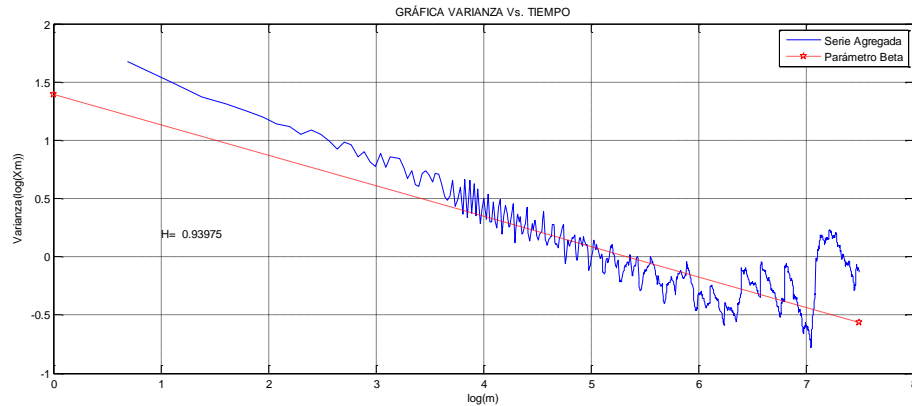


Creado con el programa MATLAB R2010a

Se observa (figura 55) la propiedad de mantener una función de autocorrelación para diferentes niveles de agregación: superior  $m=1$ , medio  $m=800$ , Inferior

$m=1500$ . La autocorrelación tiende a conservar su forma a pesar del nivel en el cual sea analizada.

Figura 56. Gráfica Varianza-Tiempo muestra 1

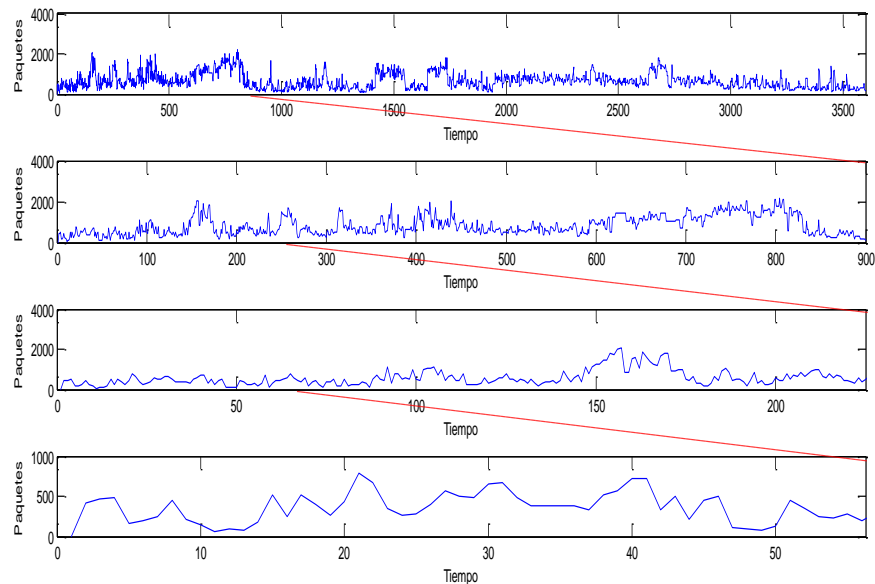


Creado con el programa MATLAB R2010a

La gráfica Varianza-Tiempo para la muestra 1 (figura 56) representa la serie agregada, en este caso con mayor irregularidad, pero de igual forma la recta que mejor se ajuste nos otorga un valor del parámetro Hurst de 0,93975.

## 7.2.4 Muestra 2

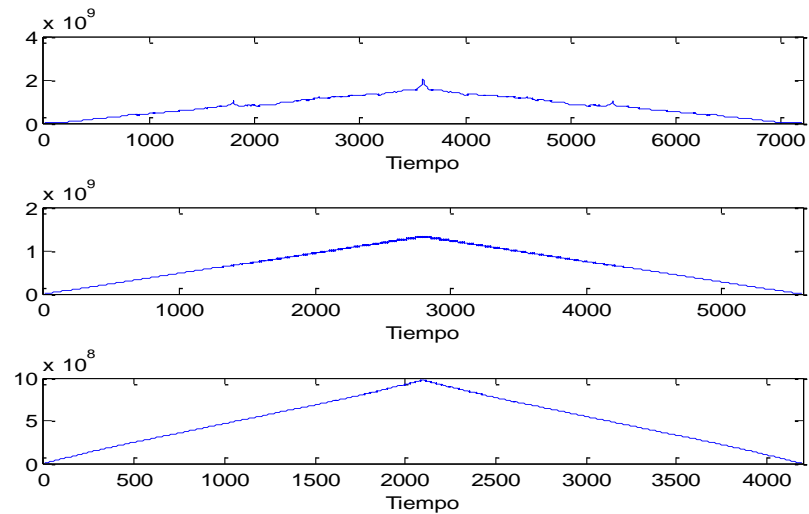
Figura 57. Diferentes escalas muestra 2



Creado con el programa MATLAB R2010a

En la figura 57 se observa el fenómeno a diferentes escalas, tanto a escalas grandes (imagen superior) como a escalas cada vez más pequeñas (imágenes inferiores) la muestra conserva la irregularidad, no tiende a suavizarse, característica de las muestras con dependencia de largo alcance. Tiene mayor irregularidad a escalas mayores que la gráfica para la muestra 1.

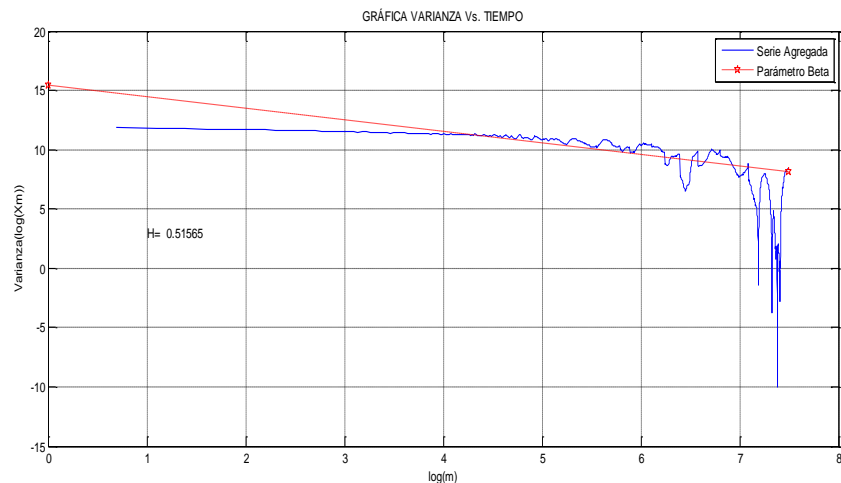
Figura 58. Autocorrelación muestra 2 a diferentes agregaciones



Creado con el programa MATLAB R2010a

Se observa (figura 58) la propiedad de mantener la función de autocorrelación para diferentes niveles de agregación: superior  $m=1$ , medio  $m=800$ , Inferior  $m=1500$ .

Figura 59. Gráfica Varianza-Tiempo muestra 2

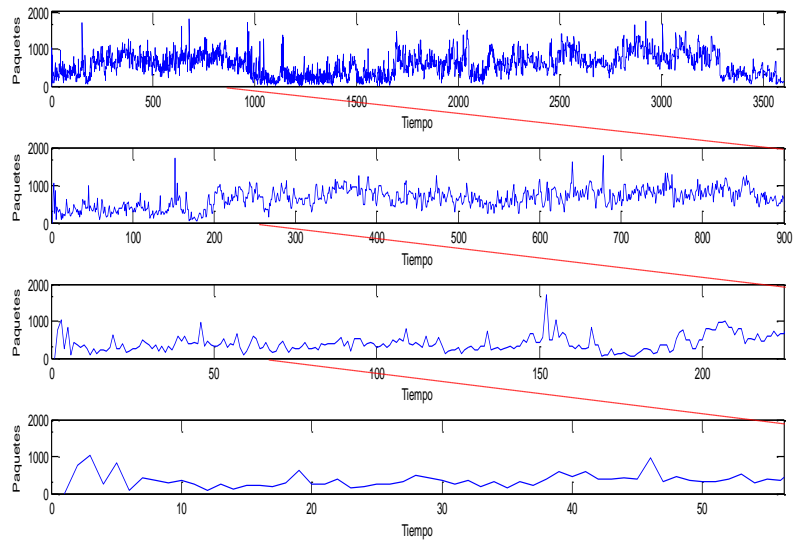


Creado con el programa MATLAB R2010a

En la figura 59 se halla el parámetro de autosimilitud Hurst mediante el método de Gráfica Varianza-Tiempo obteniendo un valor de  $H=0,51565$ .

### 7.2.5 Muestra 3

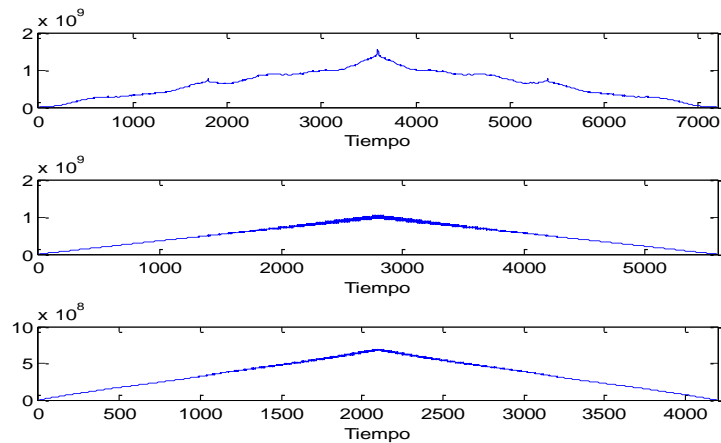
Figura 60. Diferentes escalas muestra 3



Creado con el programa MATLAB R2010a

La figura 60 representa de forma gráfica el fenómeno autosimilar a diferentes escalas: escalas grandes (imagen superior) y escalas cada vez más pequeñas (imágenes inferiores). Se mantiene la irregularidad para todas las escalas.

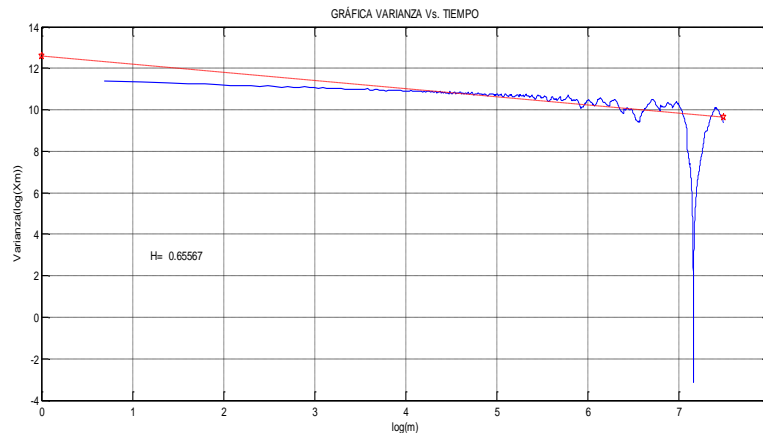
Figura 61. Autocorrelación muestra 3 a diferentes agregaciones



Creado con el programa MATLAB R2010a

La figura 61 es la gráfica de la función de autocorrelación a diferentes niveles de agregación (Superior  $m=1$ , medio  $m=800$ , Inferior  $m=1500$ ). Esta función se mantiene casi igual a través de los niveles, característica de la autosimilitud.

Figura 62. Gráfica Varianza-Tiempo muestra 3

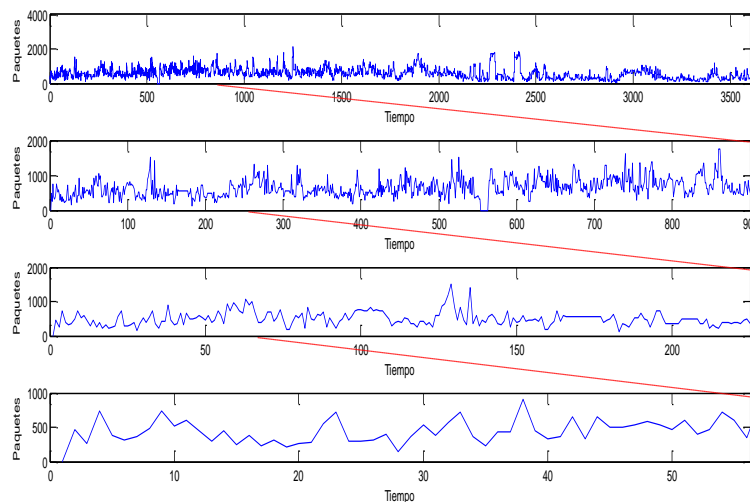


Creado con el programa MATLAB R2010a

En la figura 62 se realiza la estimación del parámetro de autosimilitud Hurst obteniendo un valor de  $H=0,65567$ , el cual indica el fenómeno de autosimilitud. En la gráfica se obtiene una recta que se aproxima muy bien a la gráfica Varianza-Tiempo.

## 7.2.6 Muestra 4

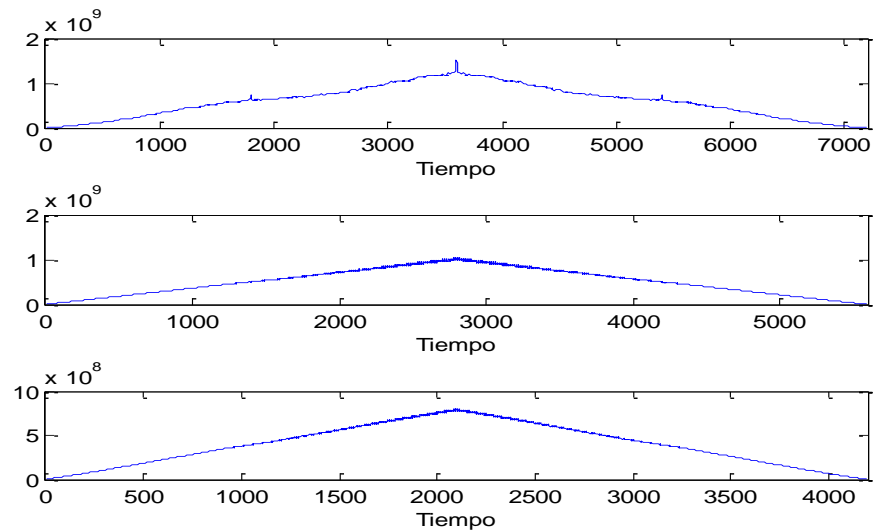
Figura 63. Diferentes escalas muestra 4



Creado con el programa MATLAB R2010a

En la figura 63 es posible observar el fenómeno a diferentes escalas para la muestra 4, tanto a escalas grandes (imagen superior) como a escalas cada vez más pequeñas (imágenes inferiores) la muestra conserva la irregularidad, no tiende a suavizarse, característica de las muestras con dependencia de largo alcance.

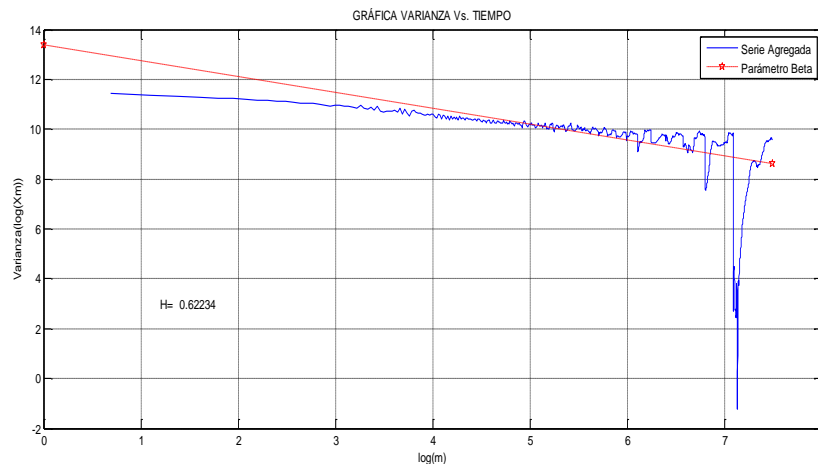
Figura 64. Autocorrelación muestra 4 a diferentes agregaciones



Creado con el programa MATLAB R2010a

La autocorrelación se mantiene a diferentes niveles de agregación: superior  $m=1$ , medio  $m=800$ , Inferior  $m=1500$ . Manteniendo su forma a pesar del nivel, característica de los fenómenos autosimilares.

Figura 65. Gráfica Varianza-Tiempo muestra 4

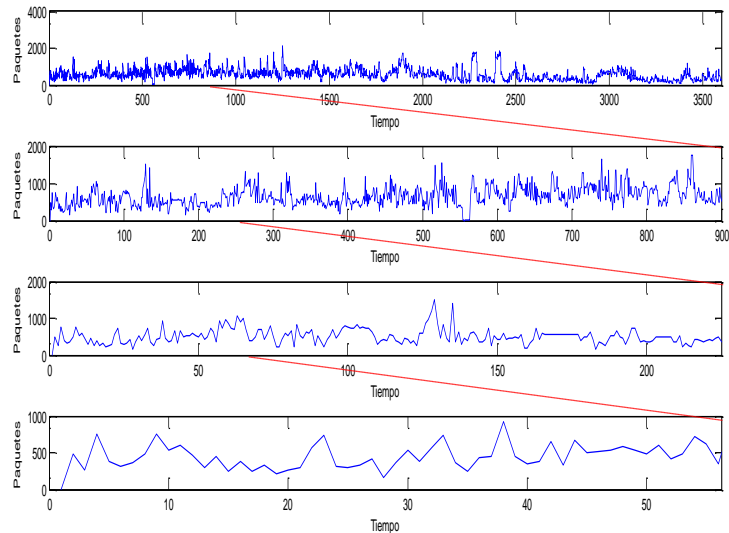


Creado con el programa MATLAB R2010a

En la figura 65 se realiza la estimación del parámetro de autosimilitud Hurst obteniendo un valor de  $H=0,62234$ , el cual indica el fenómeno de autosimilitud. En la gráfica se obtiene una recta que se aproxima a la gráfica Varianza-Tiempo.

### 7.2.7 Muestra 5

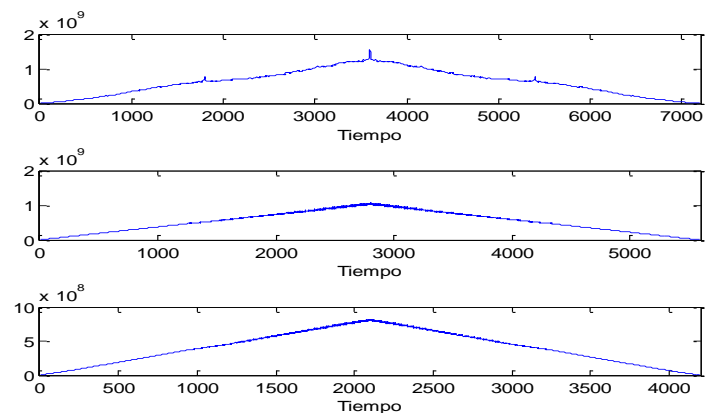
Figura 66. Diferentes escalas muestra 5



Creado con el programa MATLAB R2010a

De forma gráfica se observa la autosimilitud estocástica de la muestra 5 (figura 66), los diferentes niveles tienden a mantener su irregularidad, en ningún nivel se suaviza, características de la dependencia de largo alcance.

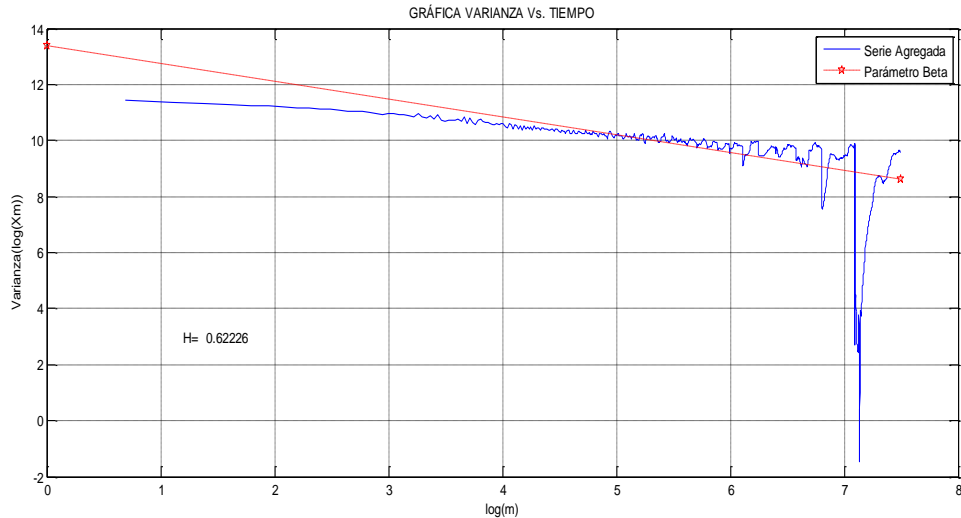
Figura 67. Autocorrelación muestra 5 a diferentes agregaciones



Creado con el programa MATLAB R2010a

Se observa (figura 67) la propiedad de mantener una función de autocorrelación para diferentes niveles de agregación: superior  $m=1$ , medio  $m=800$ , Inferior  $m=1500$ . La autocorrelación tiende a conservar su forma a pesar del nivel en el cual sea analizada.

Figura 68. Gráfica Varianza-Tiempo muestra 5



Creado con el programa MATLAB R2010a

En la figura 68 se realiza la estimación del parámetro de autosimilitud Hurst obteniendo un valor de  $H=0,62226$ , el cual indica el fenómeno de autosimilitud. En la gráfica se obtiene una recta que se aproxima a la gráfica Varianza-Tiempo.

Tabla 5. Parámetro Hurst por gráfica Varianza-Tiempo

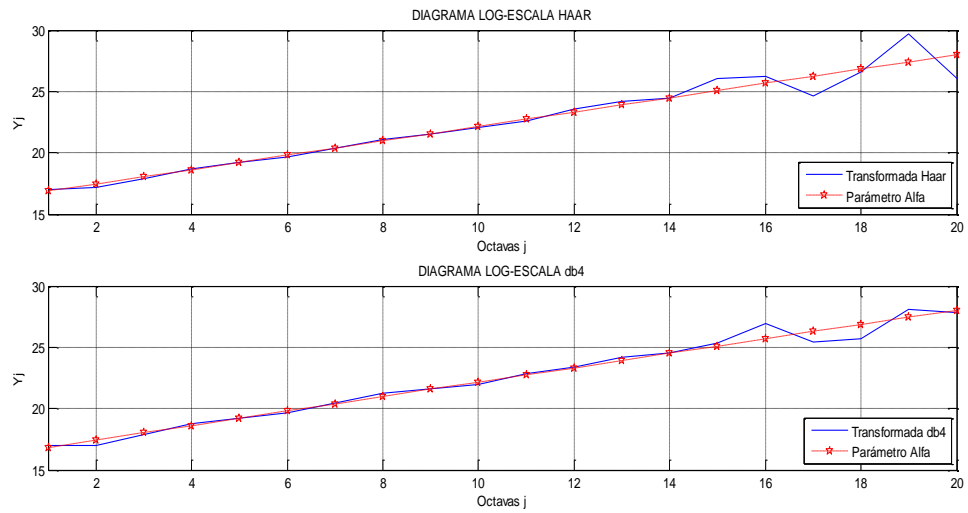
Muestra	Parámetro Hurst
BC-Aug89	0,65694
BC-Oct89	0,94508
Muestra 1	0,93975
Muestra 2	0,51565
Muestra 3	0,65567
Muestra 4	0,62234
Muestra 5	0,62226

Distintos valores del parámetro Hurst se han encontrado para las trazas de Bellcore: el rango para BC-Aug89 se encuentra entre  $0,66 \leq H \leq 0,83$  y el rango para BC-Oct89 se encuentra entre  $0,62 \leq H \leq 0,935$  (Jones & Shen, 2006), (Rodríguez Ramirez, 2007), (Avila Arias, 2006). Los valores calculados por el método Varianza-Tiempo están muy cerca del rango.

## 7.3 TRANSFORMADA WAVELET

### 7.3.1 BC-Aug89

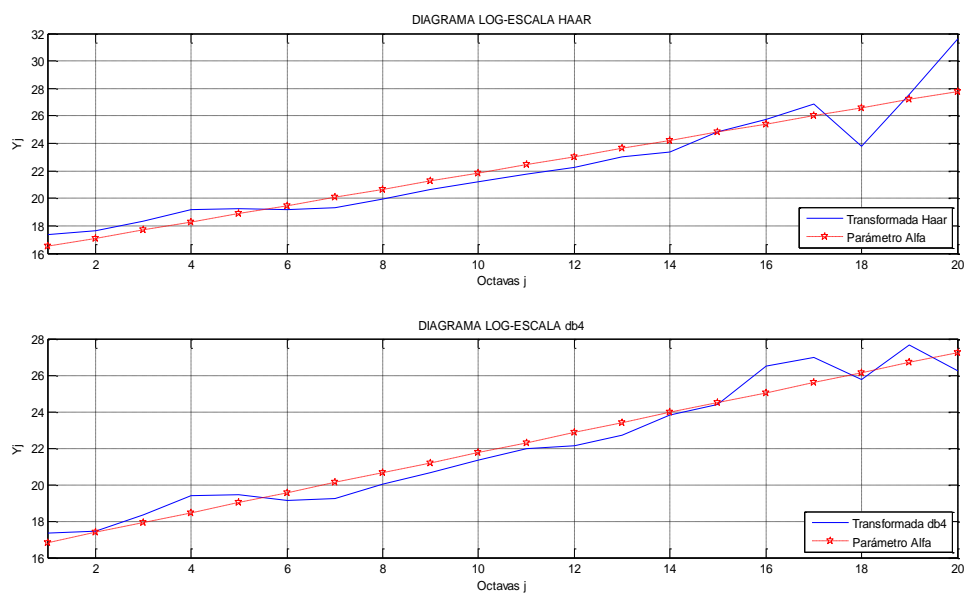
Figura 69. Transformada Wavelet BC-Aug89



Creado con el programa MATLAB R2010a

### 7.3.2 BC-Oct89

Figura 70. Transformada Wavelet BC-Oct89



Creado con el programa MATLAB R2010a

Tabla 6. Parámetro Hurst por transformada Wavelet Bellcore

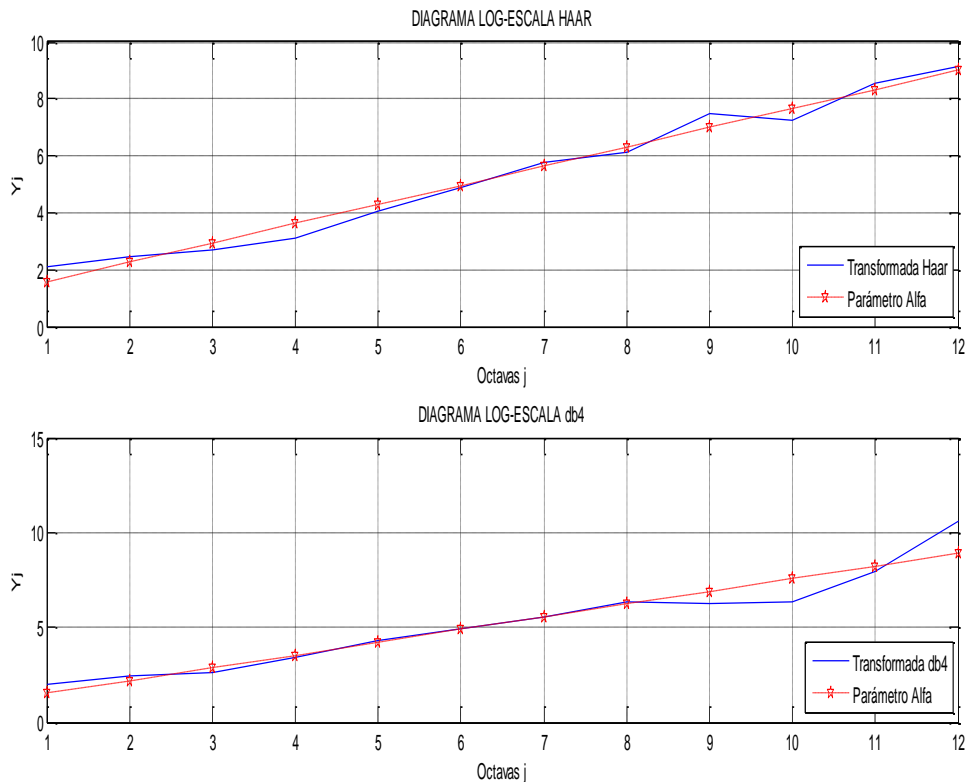
Bellcore	Haar j1=1, j2=20	Haar j1=1, j2=16	db4 j1=1, j2=20	db4 j1=1, j2=16
BC-Aug89	0,7929	0,8142	0,7943	0,8158
BC-Oct89	0,7973	0,7565	0,7740	0,7633

Como se había mencionado los valores del parámetro Hurst para las trazas de Bellcore son: el rango para BC-Aug89 se encuentra entre  $0,66 \leq H \leq 0,83$  y el rango para BC-Oct89 se encuentra entre  $0,62 \leq H \leq 0,935$  (Jones & Shen, 2006), (Rodríguez Ramirez, 2007), (Avila Arias, 2006).

La transformada Wavelet brinda una mejor estimación del parámetro de autosimilitud Hurst para las trazas Bellcore, los valores obtenidos se ajustan dentro del rango, dando mayor confianza a esta prueba.

### 7.3.3 Muestra 1

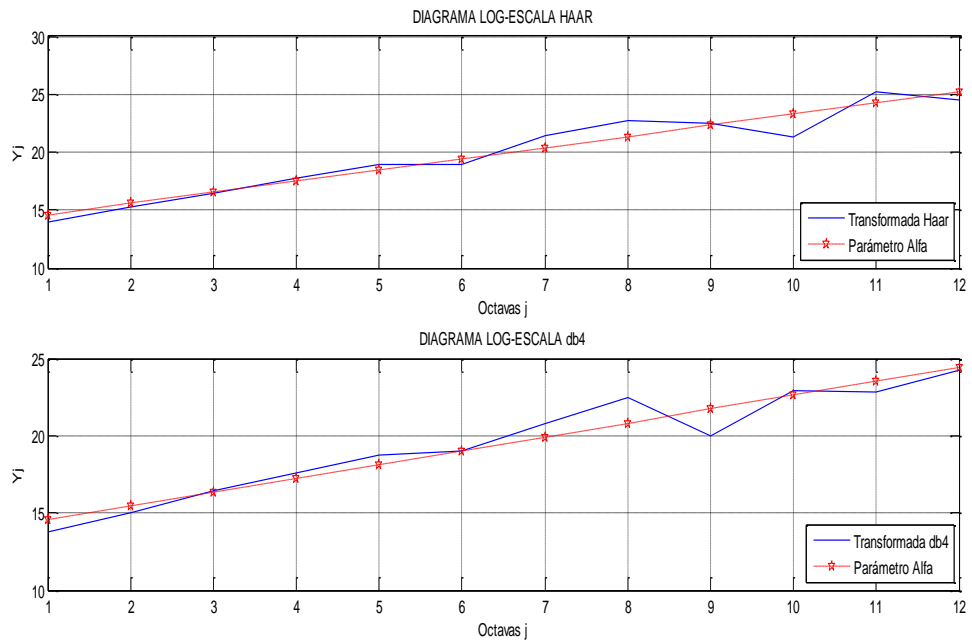
Figura 71. Transformada Wavelet muestra 1



Creado con el programa MATLAB R2010a

### 7.3.4 Muestra 2

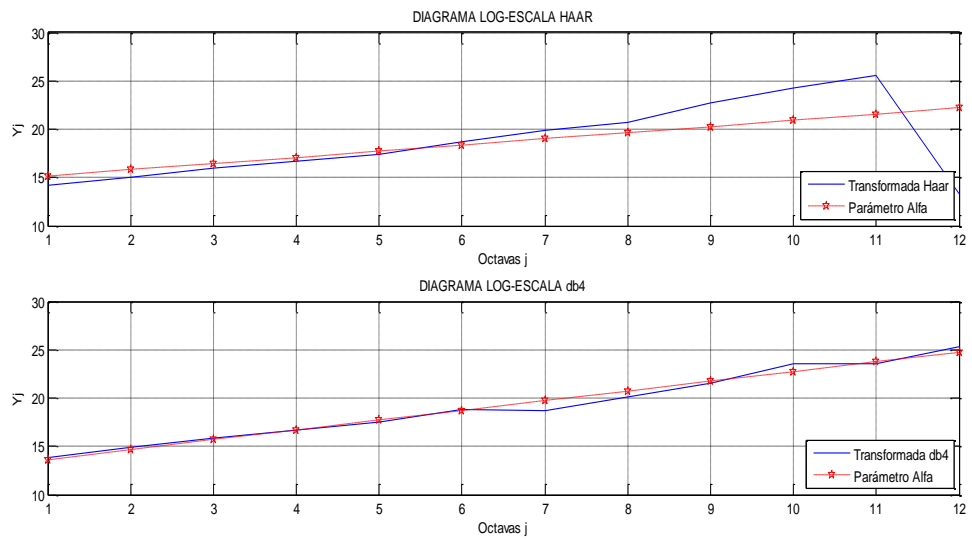
Figura 72. Transformada Wavelet muestra 2



Creado con el programa MATLAB R2010a

### 7.3.5 Muestra 3

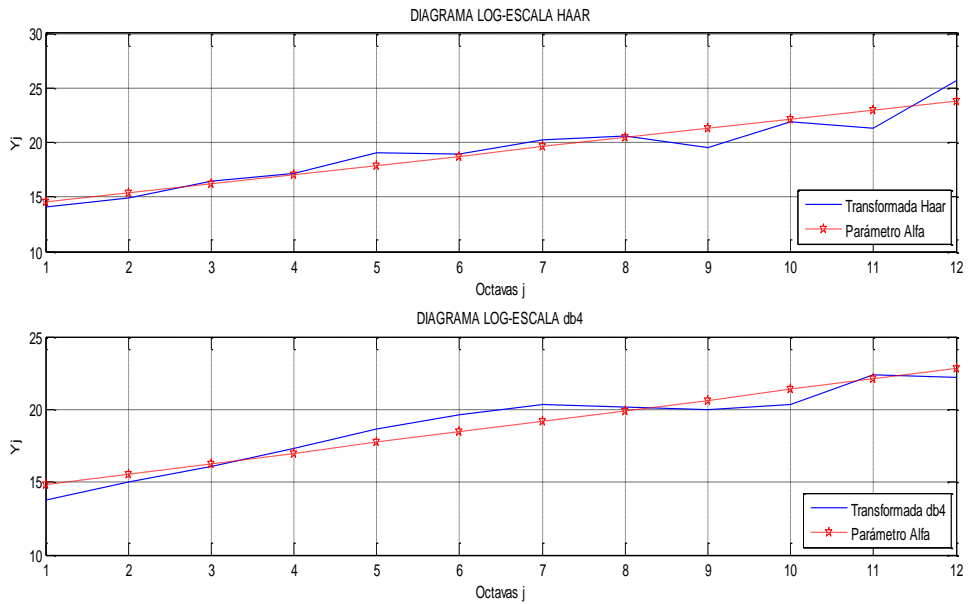
Figura 73. Transformada Wavelet muestra 3



Creado con el programa MATLAB R2010a

### 7.3.6 Muestra 4

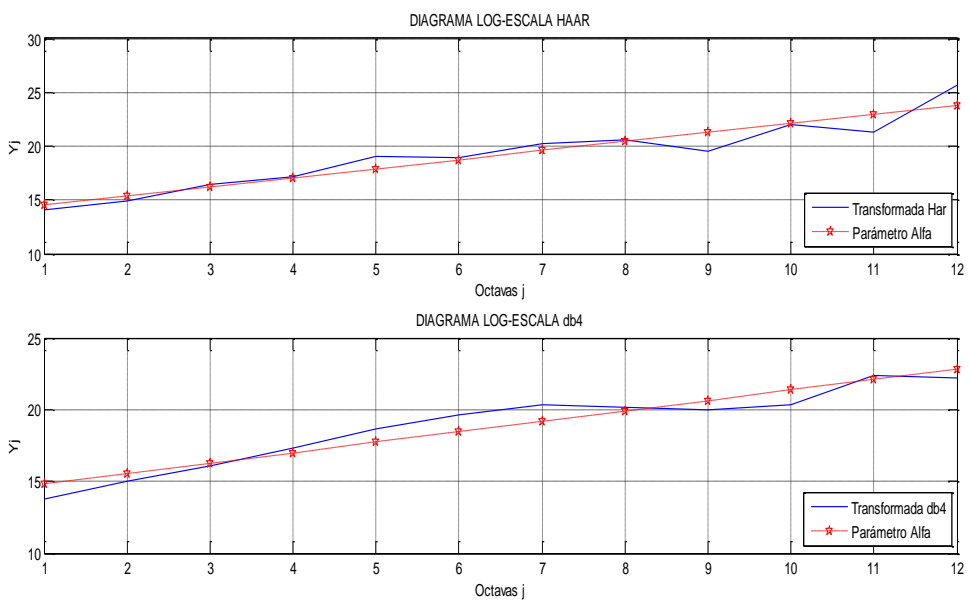
Figura 74. Transformada Wavelet muestra 4



Creado con el programa MATLAB R2010a

### 7.3.7 Muestra 5

Figura 75. Transformada Wavelet muestra 5



Creado con el programa MATLAB R2010a

Tabla 7. Parámetro Hurst por transformada Wavelet muestras

<b>Muestra</b>	<b>Haar j1=1, j2=12</b>	<b>Haar j1=1, j2=9</b>	<b>db4 j1=1, j2=12</b>	<b>db4 j1=1, j2=9</b>
Muestra 1	0,8375	0,8369	0,8345	0,7995
Muestra 2	0,9818	0,6251	0,9466	0,9793
Muestra 3	0,8206	0,5153	0,5086	0,9490
Muestra 4	0,9212	0,8989	0,8630	0,9275
Muestra 5	0,9215	0,8987	0,8629	0,9274

El análisis Wavelet del banco de muestras refleja una fuerte característica autosimilar en las muestras, lo cual implica que el modelamiento de los recursos de la red debe ser enfocado para ajustarse a las características de dependencia de largo alcance con el fin de mejorar la eficiencia, generando una ganancia en el tiempo al disminuir los tiempos de servicio del usuario sin disminuir la calidad (incluso aumentándola).

Tabla 8. Resumen parámetro Hurst banco de muestras

<b>Muestra</b>	<b>Varianza-Tiempo</b>	<b>Haar j1=1, j2=12</b>	<b>Haar j1=1, j2=9</b>	<b>db4 j1=1, j2=12</b>	<b>db4 j1=1, j2=9</b>
Muestra 1	0,93975	0,8375	0,8369	0,8345	0,7995
Muestra 2	0,51565	0,9818	0,6251	0,9466	0,9793
Muestra 3	0,65567	0,8206	0,5153	0,5086	0,9490
Muestra 4	0,62234	0,9212	0,8989	0,8630	0,9275
Muestra 5	0,62226	0,9215	0,8987	0,8629	0,9274

## 8. CONCLUSIONES

- La determinación del parámetro de autosimilitud Hurst se realiza mediante estimadores gráficos, métodos que hacen la aproximación a la recta que mejor se ajuste a los datos por regresión lineal de mínimos cuadrados, lo cual conlleva a la dificultad de escoger el rango en el cual se realice el ajuste.
- Las trazas obtenidas por los laboratorios Bellcore, BC-Aug89 y BC-Oct89, presentan dependencia de largo alcance, ya que por el método de regresión lineal de mínimos cuadrados obtenido por la gráfica Varianza-Tiempo tiende a seguir la pendiente característica de la estimación del parámetro Hurst; y matemáticamente por medio del estimador Wavelet los valores obtenidos se encuentran dentro del rango de autosimilitud  $0.5 < H < 1$ . Al obtener estos resultados por medio de los procedimientos descritos sirven como marco de referencia para el banco de muestras al permitir confiabilidad en los procedimientos.
- Las pruebas gráficas realizadas con MATLAB R2010a muestran características similares a través de diferentes escalas de tiempo y persistencia en el modelo de su función de autocorrelación, con lo que es posible deducir que existe algún tipo de persistencia en el tiempo, pero esta prueba no es suficiente para afirmar que tipo de dependencia está vinculada con el comportamiento de las muestras.
- Un método para entender el proceso a seguir antes de la implementación de un código o algoritmo es a través de los diagramas de flujo, los cuales son de importante ayuda al crear una estructura por medio de la cual es posible una depuración adecuada que permita su análisis y posterior modificación de ser necesario.
- La transformada wavelet es una herramienta utilizada en varios campos que van desde aplicaciones en la medicina hasta el procesamiento de imágenes, en este caso fue utilizada para el estudio de tráfico en una red Ethernet. Resultó ser adecuada para estos procesos pero presenta inconvenientes por tratarse de una herramienta de uso relativamente reciente, especialmente en el análisis multiresolución, donde sus estudios se remontan cerca del año 1995, debido al nivel matemático requerido y por el corto material disponible para su aplicación en el análisis de tráfico.
- Con el trabajo fue posible identificar las características del tráfico de una parte de la red Ethernet de la Fundación Universitaria San Martín sede Bogotá, descartando en un principio la característica de memoria nula. Se tiene el

limitante de la cantidad baja de paquetes muestreados, sin embargo, se lograron establecer unos parámetros iniciales de autosimilitud, con los cuales se puede diseñar y modelar la red de comunicaciones para optimizar su rendimiento, mediante la predicción de su comportamiento en largo tiempo.

## 9. RECOMENDACIONES

Al realizar la serie agregada, la cual consiste en hacer la suma de la serie temporal original en bloques adyacentes no superpuestos de diferentes tamaños, por cada variación del tamaño se efectúa una suma con su correspondiente promedio, si se quiere tratar con longitudes de paquetes muy grandes se debe contar con un computador el cual tenga un procesador rápido, ya que este proceso puede consumir bastantes recursos de la máquina al realizar muchas subrutinas y procesos secundarios, esto se observó al hacer la serie agregada para las trazas Bellcore.

La realización de cada código de MATLAB genera variables de utilidad como el vector que contiene la serie agregada, un vector con los valores de las varianzas para cada serie agregada, el parámetro Hurst para cada nivel de agregación, el parámetro Hurst obtenida por mínimos cuadrados y un vector paquetes ya en el formato nativo de MATLAB. Es práctico guardar estos datos en archivos de datos (.mat), porque mediante ellos se pueden importar y usar en cualquier proceso que pueda generarse.

En el proyecto se trabajó con diferentes herramientas provistas mediante los programas MATLAB 7.10.0 (R2010a), Network Associates Sniffer Pro versión 3.0 y Oracle Crystal Ball versión 11.1.1. Su gran utilidad en el estudio para determinar las características del banco de muestras (dependencia de corto alcance, dependencia de largo alcance y autosimilitud) se ve afectada al no existir una compatibilidad en el formato de datos que manejan, no pueden ser manipulados fácilmente entre estos programas, implicando la necesidad de la importación de los datos.

## GLOSARIO

**ASINTÓTICO.** Es una línea recta a la que se aproxima una curva como gráfica de determinada función sin llegar jamás a tocarla por más que se acerque. (Lathi, 1998)

**AUTOSIMILITUD.** Tendencia a repetirse una forma en diferentes escalas de tiempo. (Stalling, 2004)

**BITS.** Dígito binario, que toma un valor de 0 ó 1 (Cisco Networking Academy, 2010)

**BROADCAST.** Forma de transmisión por la cual un dispositivo transmite a todos los dispositivos dentro de la red o de otra red (Cisco Networking Academy, 2010)

**CALIDAD DE SERVICIO QoS.** Mecanismo de control que puede dar diferente prioridad a distintos usuarios o flujos de datos, o garantizar un determinado nivel de rendimiento a un flujo de datos de acuerdo con solicitudes del programa de aplicación (Cisco Networking Academy, 2010)

**CONGESTIÓN.** Se genera cuando la capacidad de recibir datos de una red se desborda. (Stalling, 2004)

**FRACTAL.** Figura geométrica con una estructura compleja y detallada a cualquier escala, es decir, que se parece a si mismo. (Stalling, 2004)

**FTP.** Protocolo de red para la transferencia de archivos entre sistemas conectados. (Stalling, 2004)

**FUNCIÓN DE AUTOCORRELACIÓN.** Función que permite detectar patrones repetitivos, se pueden encontrar similitudes entre las figuras obtenidas de una señal al variar la escala desde la cual es observada. (Stalling, 2004)

**GATEWAY.** Dispositivo de una red que sirve como punto de acceso a otra red. Se utiliza por un host cuando la dirección de destino de un paquete IP pertenece a algún lugar fuera de la subred local (Cisco Networking Academy, 2010)

**MÍNIMOS CUADRADOS.** Método para ajustar una recta a un conjunto de datos.

**MOVIMIENTO BROWNIANO FRACCIONAL.** Proceso estocástico gaussiano de media cero no estacionario.

**MUESTRA.** Subconjunto de la población a la cual se efectúa la medición con el fin de estudiar las propiedades del conjunto del cual es obtenido. (Lathi, 1998)

**NIC.** En el ámbito de las redes, es la tarjeta de interfaz de red, la cual permite el intercambio de información entre diferentes dispositivos.

**PAQUETES.** Agrupación lógica de información que incluye un encabezado con información de control y datos del usuario. (Cisco Networking Academy, 2010)

**PROCESO ESTOCÁSTICO.** Proceso aleatorio que se encarga de analizar el comportamiento de las variables aleatorias a lo largo del tiempo. (Lathi, 1998)

**PROTOCOLO.** Conjunto de reglas que rigen la comunicación. (Stalling, 2004)

**PUERTO.** Se utilizan para identificar un determinado proceso o servicio en una computadora (Cisco Networking Academy, 2010)

**REGRESIÓN.** Representa el ajuste que se realiza a un modelo para que se adapte mejor a las n observaciones.

**ROUTER.** Dispositivo de capa de red que usa una o más métricas para determinar la ruta óptima a través de la cual se debe enviar el tráfico de red. Los routers envían paquetes desde una red a otra basándose en la información de la capa de red (Cisco Networking Academy, 2010)

**SOFTWARE.** Programas o códigos utilizados por una computadora para llevar a cabo determinadas funciones.

**SWITCH.** Dispositivo de red que filtra, reenvía o inunda frames basándose en la dirección destino.

**TARJETA DE INTERFAZ DE RED.** Parte del hardware de una computadora diseñada para permitir que las computadoras se comuniquen a través de una red de computadoras. (Cisco Networking Academy, 2010)

**TCP.** Protocolo de control de transmisión, usado en Internet. (Cisco Networking Academy, 2010)

**TELNET.** Protocolo de red que permite acceder mediante una red a otra máquina para manejarla remotamente. (Cisco Networking Academy, 2010)

**VARIABLE ALEATORIA.** Define los valores posibles para cada uno de los resultados de un experimento. (Stalling, 2004)

## BIBLIOGRAFÍA

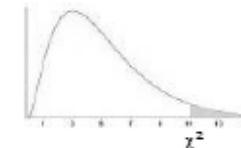
- Abry, P., & Veitch, D. (1998). *Wavelet analysis of long range dependent traffic*. IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 44, No. 1.
- Addison, P. S. (2002). *The Illustrated Wavelet Transform Handbook: Introductory theory and applications in science, engineering, medicine and finance*. London: Institute of Physics Publishing.
- Alzate Monroy, M. A. (2001). Introducción al tráfico autosimilar en redes de comunicaciones. *Revista Ingeniería Vol. 6 No.2* , 6-17.
- Alzate Monroy, M. A. (2004). Modelos de tráfico en análisis y control de redes de comunicaciones. *Revista Ingeniería Vol. 9 No.1* , 63-87.
- Alzate Monroy, M. A. (2002). Uso de la transformada Wavelet para el estudio de tráfico fractal en redes de comunicaciones. *Revista Ingeniería Vol. 7 No.1* , 11-24.
- Avila Arias, K. J. (2006). *Análisis y modelado de trazas de tráfico real de los laboratorios Bellcore mediante la Transformada Wavelet*. Bogotá: Facultad De Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones. Fundación Universitaria San Martín.
- Berkeley National Laboratory Lawrence. (2008, Abril 9). *The Internet Traffic Archive*. Retrieved Mayo 9, 2010, from <http://ita.ee.lbl.gov/index.html>
- Borray, G., Páez, J., & Wilches, J. (2001). *Modelo matemático del tráfico de redes de telecomunicaciones de acceso fijo*. Bogotá: Pontificia Universidad Javeriana.
- Burrus, S., Gopinath, R., & Guo, H. (1998). *Introduction to Wavelets and Wavelet transforms*. Houston, Texas: Electrical and Computer Engineering Department and Computer and Information Technology Institute. Rice University.
- Cano Bastidas, C. (2006). *Estudio de la fractalidad del tráfico en redes Ad-hoc sobre WLAN*. Barcelona: Departamento de Telecomunicaciones. Universidad Politécnica De Cataluña.

- Casas Sanchez, J. M. (s.f.). *Estadístico modificado de Kolmogorov-Smirnov: Aplicación al test de bondad de ajuste*. Recuperado el 1 de Mayo de 2010, de [http://www.ine.es/revistas/estaespa/75\\_2.pdf](http://www.ine.es/revistas/estaespa/75_2.pdf)
- Casilari, E., & Reyes, A. (1999). *Modelado De Tráfico Telemático*. Málaga, España: Universidad De Málaga.
- Chui, C. K. (1992). *Wavelet Analysis And It's Applications Volume 1: An introduction to Wavelets*. London: Academic Press.
- Cisco Networking Academy. (2010). *Glosario*. Recuperado el 1 de Mayo de 2010, de <http://cisco.netacad.net/>
- Debnath, L. (2002). *Wavelet transforms and their applications*. Boston, Massachusetts: Department of Mathematics. University of Texas.
- División De Redes Y Comunicaciones I&T. (2008). *Topología Red FUSM*. Bogotá: Fundación Universitaria San Martín.
- Embrechts, P., & Maejima, M. (2002). *Selfsimilar Processes*. New Jersey: Princeton University Press.
- Fundación Universitaria San Martín. (2010). *Fundación Universitaria San Martín Sitio Web*. Recuperado el 1 de Mayo de 2010, de [www.sanmartin.edu.co](http://www.sanmartin.edu.co)
- Getz, N. (1992). *A fast discrete periodic Wavelet transform*. California: College of Engineering. University of California.
- Hatat, F. (2008). *Wavelet analysis of long range dependent traffic*. Francia: Department of Mathematics. Savoie University.
- Jones, O. D., & Shen, Y. (2005). *A non-parametric test for self-similarity and stationarity in network traffic; preprint version*. University of Melbourne & University of Warwick.
- Jones, O. D., & Shen, Y. (2006). *Self-Similar processes via the Crossing Tree*. University of Southampton & University of Warwick.
- Lam, C.-H. (2006). *Diffusion limited aggregation (a fractal growth model)*. Retrieved Mayo 1, 2010, from <http://apricot.polyu.edu.hk/~lam/dla/dla.html>

- Lathi, B. P. (1998). *Modern Digital And Analog Communication Systems Third Edition*. Oxford: Oxford University Press.
- Leberknight, D. (2010). *Fractal*. Retrieved Mayo 1, 2010, from <http://www.softwarefederation.com/fractal.html>
- Leland, W. E., Taqqu, M. S., Willinger, W., & Wilson, D. V. (1994). *On the self-similar nature of Ethernet traffic (Extended Version)*. IEEE/ACM Transactions On Networking, Vol 2, No 1: Boston, Massachusetts.
- Leland, W., & Wilson, D. (1990). *High Time-Resolution measurement and analysis of LAN traffic: Implication for LAN interconnection*. Morristown, New Jersey.
- Lévy-Véhel, J., & Lutton, E. (2005). *Fractals in engineering: New trends in theory and applications*. Londres: Springer Science+Business Media.
- López Basa, O. (2006). *Caracterización de tráfico TCP con propiedades fractales sobre redes WLAN*. Barcelona: Departamento de Telecomunicaciones. Universidad Politécnica De Cataluña.
- Moreno Mogollon, J. A. (2007). *Caracterización y simulación del tráfico de redes LAN mediante el modelo MMPP*. Bucaramanga: Revista Facultad de Ingeniería Universidad de Antioquia.
- Oracle. (2008). *Oracle Crystall Ball, Fusion Edition. User Manual*. Redwood City, California.
- Park, K., & Willinger, W. (2000). *Self-Similar network traffic and performance evaluation*. New Jersey: John Wiley & Sons.
- Rao, R. M., & Bopardikar, A. S. (1998). *Wavelet Transforms: Introduction to theory and applications*. Harlow, England: Addison-Wesley.
- Rodríguez García, V. J. (2009). *Simulación y comparación de colas con fuentes exponenciales y autosimilares*. Bogotá: Facultad De Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones. Fundación Universitaria San Martín.
- Rodríguez Ramirez, W. H. (2007). *Modelamiento de tráfico de una red LAN con base en un Movimiento Browniano Fraccional*. Bogotá: Facultad De Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones. Fundación Universitaria San Martín.

- Sarker, M. (2007). *Estimation of the self-similarity parameter in long memory processes*. Dhaka, Bangladesh: Department of Mathematics. Bangladesh University of Engineering and Technology BUET.
- Shimonski, R., Eaton, W., Khan, U., & Gordienko, Y. (2003). *Sniffer Pro: Network optimization & troubleshooting handbook*. Rockland, Massachusetts: Syngress Publishing Inc.
- Stalling, W. (2004). *Redes en Internet de alta velocidad: Rendimiento y calidad de servicio*. España: Pearson Prentice Hall.
- Talanquer, V. (2006). Fractalitis. *Revista Digital Universitaria Universidad Nacional Autónoma De México* .
- The MathWorks. (2008). *MATLAB 7 Programming*. Massachusetts.
- The Pacific Graphics. (2007). *Lightning Java Applet*. Retrieved Mayo 1, 2010, from <http://gamma.cs.unc.edu/LIGHTNING/applet/index.html>
- Universidad Nacional Autónoma de México. (1 de Mayo de 2010). *Revista Digital Universitaria*. Recuperado el 1 de Mayo de 2010, de <http://www.revista.unam.mx/vol.7/num10/art82/int82.htm>
- Walker, J. S. (2008). *A primer on Wavelets and their scientific applications: Second Edition*. Boca Raton, Florida: Chapman & Hall/CRC.
- Walpole, R. E., Myers, R. H., & Myers, S. L. (2000). *Probabilidad y estadística para Ingenieros, Sexta Edición*. México: Pearson Educación.

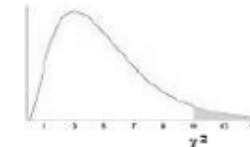
Anexo 1. Valores críticos de la distribución Chi Cuadrado



g.d.l	0,001	0,005	0,01	0,02	0,025	0,03	0,04	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	g.d.l
1	10,828	7,879	6,635	5,412	5,024	4,709	4,218	3,841	2,706	2,072	1,642	1,323	1,074	0,873	0,708	1
2	13,816	10,597	9,210	7,824	7,378	7,013	6,438	5,991	4,605	3,794	3,219	2,773	2,408	2,100	1,833	2
3	16,266	12,838	11,345	9,837	9,348	8,947	8,311	7,815	6,251	5,317	4,642	4,108	3,665	3,283	2,946	3
4	18,467	14,860	13,277	11,668	11,143	10,712	10,026	9,488	7,779	6,745	5,989	5,385	4,878	4,438	4,045	4
5	20,515	16,750	15,086	13,388	12,833	12,375	11,644	11,070	9,236	8,115	7,289	6,626	6,064	5,573	5,132	5
6	22,458	18,548	16,812	15,033	14,449	13,968	13,198	12,592	10,645	9,446	8,558	7,841	7,231	6,695	6,211	6
7	24,322	20,278	18,475	16,622	16,013	15,509	14,703	14,067	12,017	10,748	9,803	9,037	8,383	7,806	7,283	7
8	26,124	21,955	20,090	18,168	17,535	17,010	16,171	15,507	13,362	12,027	11,030	10,219	9,524	8,909	8,351	8
9	27,877	23,589	21,666	19,679	19,023	18,480	17,608	16,919	14,684	13,288	12,242	11,389	10,656	10,006	9,414	9
10	29,588	25,188	23,209	21,161	20,483	19,922	19,021	18,307	15,987	14,534	13,442	12,549	11,781	11,097	10,473	10
11	31,264	26,757	24,725	22,618	21,920	21,342	20,412	19,675	17,275	15,767	14,631	13,701	12,899	12,184	11,530	11
12	32,909	28,300	26,217	24,054	23,337	22,742	21,785	21,026	18,549	16,989	15,812	14,845	14,011	13,266	12,584	12
13	34,528	29,819	27,688	25,472	24,736	24,125	23,142	22,362	19,812	18,202	16,985	15,984	15,119	14,345	13,636	13
14	36,123	31,319	29,141	26,873	26,119	25,493	24,485	23,685	21,064	19,406	18,151	17,117	16,222	15,421	14,685	14
15	37,697	32,801	30,578	28,259	27,488	26,848	25,816	24,996	22,307	20,603	19,311	18,245	17,322	16,494	15,733	15
16	39,252	34,267	32,000	29,633	28,845	28,191	27,136	26,296	23,542	21,793	20,465	19,369	18,418	17,565	16,780	16
17	40,790	35,718	33,409	30,995	30,191	29,523	28,445	27,587	24,769	22,977	21,615	20,489	19,511	18,633	17,824	17
18	42,312	37,156	34,805	32,346	31,526	30,845	29,745	28,869	25,989	24,155	22,760	21,605	20,601	19,699	18,868	18
19	43,820	38,582	36,191	33,687	32,852	32,158	31,037	30,144	27,204	25,329	23,900	22,718	21,689	20,764	19,910	19
20	45,315	39,997	37,566	35,020	34,170	33,462	32,321	31,410	28,412	26,498	25,038	23,828	22,775	21,826	20,951	20
21	46,797	41,401	38,932	36,343	35,479	34,759	33,597	32,671	29,615	27,662	26,171	24,935	23,858	22,888	21,991	21
22	48,268	42,796	40,289	37,659	36,781	36,049	34,867	33,924	30,813	28,822	27,301	26,039	24,939	23,947	23,031	22
23	49,728	44,181	41,638	38,968	38,076	37,332	36,131	35,172	32,007	29,979	28,429	27,141	26,018	25,006	24,069	23
24	51,179	45,559	42,980	40,270	39,364	38,609	37,389	36,415	33,196	31,132	29,553	28,241	27,096	26,063	25,106	24
25	52,620	46,928	44,314	41,566	40,646	39,880	38,642	37,652	34,382	32,282	30,675	29,339	28,172	27,118	26,143	25
26	54,052	48,290	45,642	42,856	41,923	41,146	39,889	38,885	35,563	33,429	31,795	30,435	29,246	28,173	27,179	26
27	55,476	49,645	46,963	44,140	43,195	42,407	41,132	40,113	36,741	34,574	32,912	31,528	30,319	29,227	28,214	27
28	56,892	50,993	48,278	45,419	44,461	43,662	42,370	41,337	37,916	35,715	34,027	32,620	31,391	30,279	29,249	28
29	58,301	52,336	49,588	46,693	45,722	44,913	43,604	42,557	39,087	36,854	35,139	33,711	32,461	31,331	30,283	29
30	59,703	53,672	50,892	47,962	46,979	46,160	44,834	43,773	40,256	37,990	36,250	34,800	33,530	32,382	31,316	30
31	61,098	55,003	52,191	49,226	48,232	47,402	46,059	44,985	41,422	39,124	37,359	35,887	34,598	33,431	32,349	31
32	62,487	56,328	53,486	50,487	49,480	48,641	47,282	46,194	42,585	40,256	38,466	36,973	35,665	34,480	33,381	32
33	63,870	57,648	54,776	51,743	50,725	49,876	48,500	47,400	43,745	41,386	39,572	38,058	36,731	35,529	34,413	33
34	65,247	58,964	56,061	52,995	51,966	51,107	49,716	48,602	44,903	42,514	40,676	39,141	37,795	36,576	35,444	34
35	66,619	60,275	57,342	54,244	53,203	52,335	50,928	49,802	46,059	43,640	41,778	40,223	38,859	37,623	36,475	35
40	73,402	66,766	63,691	60,436	59,342	58,428	56,946	55,758	51,805	49,244	47,269	45,616	44,165	42,848	41,622	40
60	99,607	91,952	88,379	84,580	83,298	82,225	80,482	79,082	74,397	71,341	68,972	66,981	65,227	63,628	62,135	60
80	124,839	116,321	112,329	108,069	106,629	105,422	103,459	101,879	96,578	93,106	90,405	88,130	86,120	84,284	82,566	80
90	137,208	128,299	124,116	119,648	118,136	116,869	114,806	113,145	107,565	103,904	101,054	98,650	96,524	94,581	92,761	90
100	149,449	140,169	135,807	131,142	129,561	128,237	126,079	124,342	118,498	114,659	111,667	109,141	106,906	104,862	102,946	100
120	173,617	163,648	158,950	153,918	152,211	150,780	148,447	146,567	140,233	136,062	132,806	130,055	127,616	125,383	123,289	120
140	197,451	186,847	181,840	176,471	174,648	173,118	170,624	168,613	161,827	157,352	153,854	150,894	148,269	145,863	143,604	140

(Walpole, Myers, & Myers, 2000)

Anexo 1. Valores críticos de la distribución Chi Cuadrado (continuación)



g.d.l	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	0,975	0,98	0,99	0,995	g.d.l
1	0,571	0,455	0,357	0,275	0,206	0,148	0,102	0,064	0,036	0,016	0,004	0,001	0,001	0,000	0,000	1
2	1,597	1,386	1,196	1,022	0,862	0,713	0,575	0,446	0,325	0,211	0,103	0,051	0,040	0,020	0,010	2
3	2,643	2,366	2,109	1,869	1,642	1,424	1,213	1,005	0,798	0,584	0,352	0,216	0,185	0,115	0,072	3
4	3,687	3,357	3,047	2,753	2,470	2,195	1,923	1,649	1,366	1,064	0,711	0,484	0,429	0,297	0,207	4
5	4,728	4,351	3,996	3,655	3,325	3,000	2,675	2,343	1,994	1,610	1,145	0,831	0,752	0,554	0,412	5
6	5,765	5,348	4,952	4,570	4,197	3,828	3,455	3,070	2,661	2,204	1,635	1,237	1,134	0,872	0,676	6
7	6,800	6,346	5,913	5,493	5,082	4,671	4,255	3,822	3,358	2,833	2,167	1,690	1,564	1,239	0,989	7
8	7,833	7,344	6,877	6,423	5,975	5,527	5,071	4,594	4,078	3,490	2,733	2,180	2,032	1,646	1,344	8
9	8,863	8,343	7,843	7,357	6,876	6,393	5,899	5,380	4,817	4,168	3,325	2,700	2,532	2,088	1,735	9
10	9,892	9,342	8,812	8,295	7,783	7,267	6,737	6,179	5,570	4,865	3,940	3,247	3,059	2,558	2,156	10
11	10,920	10,341	9,783	9,237	8,695	8,148	7,584	6,989	6,336	5,578	4,575	3,816	3,609	3,053	2,603	11
12	11,946	11,340	10,755	10,182	9,612	9,034	8,438	7,807	7,114	6,304	5,226	4,404	4,178	3,571	3,074	12
13	12,972	12,340	11,729	11,129	10,532	9,926	9,299	8,634	7,901	7,042	5,892	5,009	4,765	4,107	3,565	13
14	13,996	13,339	12,703	12,078	11,455	10,821	10,165	9,467	8,696	7,790	6,571	5,629	5,368	4,660	4,075	14
15	15,020	14,339	13,679	13,030	12,381	11,721	11,037	10,307	9,499	8,547	7,261	6,262	5,985	5,229	4,601	15
16	16,042	15,338	14,655	13,983	13,310	12,624	11,912	11,152	10,309	9,312	7,962	6,908	6,614	5,812	5,142	16
17	17,065	16,338	15,633	14,937	14,241	13,531	12,792	12,002	11,125	10,085	8,672	7,564	7,255	6,408	5,697	17
18	18,086	17,338	16,611	15,893	15,174	14,440	13,675	12,857	11,946	10,865	9,390	8,231	7,906	7,015	6,265	18
19	19,107	18,338	17,589	16,850	16,109	15,352	14,562	13,716	12,773	11,651	10,117	8,907	8,567	7,633	6,844	19
20	20,127	19,337	18,569	17,809	17,046	16,266	15,452	14,578	13,604	12,443	10,851	9,591	9,237	8,260	7,434	20
21	21,147	20,337	19,548	18,768	17,984	17,182	16,344	15,445	14,439	13,240	11,591	10,283	9,915	8,897	8,034	21
22	22,166	21,337	20,529	19,729	18,924	18,101	17,240	16,314	15,279	14,041	12,338	10,982	10,600	9,542	8,643	22
23	23,185	22,337	21,510	20,690	19,866	19,021	18,137	17,187	16,122	14,848	13,091	11,689	11,293	10,196	9,260	23
24	24,204	23,337	22,491	21,652	20,808	19,943	19,037	18,062	16,969	15,659	13,848	12,401	11,992	10,856	9,886	24
25	25,222	24,337	23,472	22,616	21,752	20,867	19,939	18,940	17,818	16,473	14,611	13,120	12,697	11,524	10,520	25
26	26,240	25,336	24,454	23,579	22,697	21,792	20,843	19,820	18,671	17,292	15,379	13,844	13,409	12,198	11,160	26
27	27,257	26,336	25,437	24,544	23,644	22,719	21,749	20,703	19,527	18,114	16,151	14,573	14,125	12,879	11,808	27
28	28,274	27,336	26,419	25,509	24,591	23,647	22,657	21,588	20,386	18,939	16,928	15,308	14,847	13,565	12,461	28
29	29,291	28,336	27,402	26,475	25,539	24,577	23,567	22,475	21,247	19,768	17,708	16,047	15,574	14,256	13,121	29
30	30,307	29,336	28,386	27,442	26,488	25,508	24,478	23,364	22,110	20,599	18,493	16,791	16,306	14,953	13,787	30
31	31,323	30,336	29,369	28,409	27,438	26,440	25,390	24,255	22,976	21,434	19,281	17,539	17,042	15,655	14,458	31
32	32,339	31,336	30,353	29,376	28,389	27,373	26,304	25,148	23,844	22,271	20,072	18,291	17,783	16,362	15,134	32
33	33,355	32,336	31,337	30,344	29,340	28,307	27,219	26,042	24,714	23,110	20,867	19,047	18,527	17,074	15,815	33
34	34,371	33,336	32,322	31,313	30,293	29,242	28,136	26,938	25,586	23,952	21,664	19,806	19,275	17,789	16,501	34
35	35,386	34,336	33,306	32,282	31,246	30,178	29,054	27,836	26,460	24,797	22,465	20,569	20,027	18,509	17,192	35
40	40,459	39,335	38,233	37,134	36,021	34,872	33,660	32,345	30,856	29,051	26,509	24,433	23,838	22,164	20,707	40
60	60,713	59,335	57,978	56,620	55,239	53,809	52,294	50,641	48,759	46,459	43,188	40,482	39,699	37,485	35,534	60
80	80,927	79,334	77,763	76,188	74,583	72,915	71,145	69,207	66,994	64,278	60,391	57,153	56,213	53,540	51,172	80
90	91,023	89,334	87,666	85,993	84,285	82,511	80,625	78,558	76,195	73,291	69,126	65,647	64,635	61,754	59,196	90
100	101,115	99,334	97,574	95,808	94,005	92,129	90,133	87,945	85,441	82,358	77,929	74,222	73,142	70,065	67,328	100
120	121,285	119,334	117,404	115,465	113,483	111,419	109,220	106,806	104,037	100,624	95,705	91,573	90,367	86,923	83,852	120
140	141,441	139,334	137,248	135,149	133,003	130,766	128,380	125,758	122,748	119,029	113,659	109,137	107,815	104,034	100,655	140

(Walpole, Myers, & Myers, 2000)

Anexo 2. Valores críticos de la distribución Kolmogorov-Smirnov

$n \backslash \alpha$	0.20	0.05	0.10	0.05	0.01
4	0.29	0.31	0.34	0.38	0.45
5	0.27	0.28	0.31	0.34	0.41
6	0.25	0.26	0.28	0.31	0.38
7	0.23	0.24	0.26	0.29	0.36
8	0.22	0.23	0.25	0.28	0.34
9	0.21	0.22	0.24	0.27	0.32
10	0.20	0.21	0.23	0.25	0.31
12	0.18	0.20	0.21	0.24	0.29
14	0.17	0.19	0.20	0.22	0.27
16	0.17	0.18	0.19	0.21	0.26
18	0.16	0.17	0.18	0.20	0.25
20	0.15	0.16	0.17	0.19	0.24
22	0.14	0.15	0.17	0.19	0.23
24	0.14	0.15	0.16	0.18	0.22
26	0.14	0.14	0.16	0.17	0.21
28	0.13	0.14	0.15	0.17	0.21
30	0.13	0.14	0.15	0.16	0.20
	0.726	0.767	0.825	0.928	1.138
30	<u>          </u>	<u>          </u>	<u>          </u>	<u>          </u>	<u>          </u>
	<i>n</i>	<i>n</i>	<i>n</i>	<i>n</i>	<i>n</i>

(Casas Sanchez, s.f.)

### Anexo 3. Código programa serieAgregada39

```
function [paq,sa,varSA,hurst]=serieAgregada39
    paq=load('D:\Documentos\U\Proyecto De Grado\Banco De Muestras\Muestra
5\Paquetes.txt');
    lenP=length(paq)/2;
    sa=zeros(floor((length(paq)/2)-1),length(paq)/2);
    varSA=zeros(floor((length(paq)/2)-1),1);
    for m=2:lenP; %Se varia la cantidad de valores a agrupar, creando los
niveles m
        lenFP=floor((length(paq))/m);
        for k=1:lenFP; %Ciclo para sumar y promediar cada m
            aux=sum(paq((k*m)-(m-1):(k*m))); %Suma cada m
            sa(1,k)=aux/m; %Guarda en sa el promedio de la suma
        end;
        %Esta parte del código se realiza para sacar la varianza
        opc=sa(1:k);
        varSA(m-1,1)=var(opc); %Varianza correspondiente
        %Fin varianza
    end;
    %Código para hallar parámetro Hurst
    varX=var(paq); %Obtención varianza del proceso original (paquetes)
    lenVSA=length(varSA);
    hurst=zeros(floor((length(paq)/2)-1),1);
    for m=1:lenVSA; %Recorremos varianza para hallar su correspondiente
beta
        varXm=varSA(m,1); %Varianza de cada m
        beta=log(varX/varXm)/log(m+1); %Formula para obtener beta
        hurst(m,1)=1-(beta/2); %Equivalencia para parámetro Hurst
    end;
    %Fin Hurst
end
```

### Anexo 4. Código programa Hurst

```
function [paq,hurstG,xm,yvarSA,p,pen,cor]=hurst
    load('D:\Documentos\U\Proyecto De Grado\varSA_T.mat');
    varSA=varSA5;

    xm=(2:length(varSA)+1); %Vector eje X, nivel de agragación m
    yvarSA=reshape(varSA(:,1),1,length(varSA)); %Vector eje Y, varianza
del nivel agregado m
    subplot(211);
    plot(xm,yvarSA);title('GRÁFICA VARIANZA Vs. TIEMPO Escala
Normal');xlabel('m');ylabel('varianza(Xm)');

    %Inicia Estimación Por Mínimos Cuadrados Tipo 1
    xys=sum(log(xm).*log(yvarSA));
    x2s=sum(log(xm).*log(xm));
    pen=(xys-(length(xm)*mean(log(yvarSA))*mean(log(xm))))/(x2s-
(length(xm)*(mean(log(xm))^2)));
```

```

cor=mean(log(yvarSA))-(pen*mean(log(xm)));
hurstG(1)=1-(abs(pen)/2);
%Fin Mínimos Cuadrados Tipo 1

%Inicia Estimación Por Mínimos Cuadrados Tipo 2
p=polyfit(log(xm),log(yvarSA),1);
hurstG(2)=1-(abs(p(1))/2);
%Fin Mínimos Cuadrados Tipo 2

subplot(212);
opc=polyval(p,[0 log(length(xm))]);
plot(log(xm),log(yvarSA),'b',[0 log(length(xm))],[opc(1) opc(2)],'-
.r*');

title('GRÁFICA VARIANZA Vs. TIEMPO Escala Log-
Log');xlabel('log(m)');ylabel('varianza(log(Xm))');
text(2,1,'H= ');
txt=num2str(hurstG(1));
text(3,1,txt);

end

```

## Anexo 5. Código transformada Wavelet

```

Function hurst=tw(j1,j2)
load('D:\Documentos\U\Proyecto De Grado\paq_T.mat');
paq=paq1;

% DIAGRAMA LOG-ESCALA
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
lev=fix(log2(length(paq)))+1;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
[C,L]=wavedec(paq,lev,'haar'); %Análisis multinivel Wavelet
uj=zeros(1,lev);
for i=1:lev;
    Vdet=detcoef(C,L,i); %Extrae el coeficiente de detalle del nivel
i
    Vdet=Vdet.^2;
    uj(i)=sum(Vdet)/length(Vdet);
end;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
yj=log2(uj);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
plot(1:lev,yj);title('DIAGRAMA LOG-ESCALA');
xlabel('Octavas j');ylabel('Yj');xlim([1 lev]);
a=(j1:j2);
b=zeros(1,j2-j1+1);
i=1;
for k=j1:j2
    b(i)=yj(k);
    i=i+1;
end

```

```

p=polyfit(a,b,1);
linea=polyval(p,(j1:j2));
hold on;plot((j1:j2),linea,'-.rp'); %Gráfica la línea básica
%Complemento de la línea
l1=polyval(p,(1:j1));l2=polyval(p,(j2:lev));
plot((1:j1),l1,':mv',(j2:lev),l2,':mv');
hold off;
%Fin Complemento de la línea
alpha=p(1);%El valor de la pendiente
if(alpha<=1) %LRD (0,1)
    hurst=(alpha+1)/2;
else %H-sssi
    hurst=((alpha*2)-1)/2;
end

```

```

end

```