

Estudio de un Sistema de Interferometría Correlativa Aplicando el Algoritmo Music (Julio 2010)

Luis Carlos Castro Avendaño, 042008, *FUSM*.

Resumen— El presente artículo describe la simulación de un sistema de interferometría correlativa, aplicando el algoritmo Music bajo el entorno MATLAB. A lo largo de este documento se definen cada una de las partes que conforman el proceso de dicho algoritmo, la implementación realizada en el software de simulación y los resultados obtenidos.

Índice de términos— algoritmo Music, arreglo de antenas, Direction Finder, Direction of Arrival, interferometría correlativa.

I. INTRODUCCIÓN

LA interferometría correlativa consiste en un método mediante el cual se busca determinar la dirección de procedencia de cualquier señal de radio.

Esta técnica vió sus orígenes durante la segunda guerra mundial, donde se utilizó con fines militares y posterior a la guerra servía de ayuda en la navegación marítima. Se hacía uso de un dispositivo llamado radiogoniómetro para captar una señal durante un determinado tiempo y luego hacer la estimación de la dirección de arribo. Desde entonces ha sido parte de un gran proceso evolutivo y se han llegado a desarrollar algoritmos de alta resolución para la determinación del DoA (Direction of Arrival); Uno de ellos, el algoritmo Music, del cual se habla en el presente escrito.

II. MARCO REFERENCIAL.

A. Radiogoniometría.

Un sistema de Radiogoniometría usa un arreglo de antenas acoplados con uno o más receptores para determinar la dirección de llegada de un emisor objetivo usando características de la señal recibida por parte de cada una de las antenas en el arreglo.

Los distintos métodos empleados se pueden clasificar según el número de receptores de los cuales se hacen uso y de las características de la señal recibida usada para obtener la dirección de llegada estimada, por ejemplo la amplitud de la señal, la fase o el tiempo de llegada [1].

B. Métodos

Existen diversos métodos para la determinación del DoA de una señal, entre lo más representativos están:

- Music.
- Root-Music.
- Esprit.
- MLE

C. Aplicaciones.

Dentro del campo de localización de estaciones transmisoras se encuentran múltiples aplicaciones, dentro de las cuales se destacan [2]:

- Propósitos militares.
- Monitoreo y gestión del espectro.
- Navegación Marítima.
- Transmisiones breves con mensajes cifrados.
- Fines deportivos.
- Estudios de interferencia.
- Detección señales de auxilio.
- Radiogoniometría deportiva.

D. Estimación del DOA (Direction of arrival).

Un problema clásico en el procesamiento de señales es la estimación de direcciones de llegada de una serie de ondas planas que inciden en un conjunto de antenas. Existen varias técnicas avanzadas para estimar estos parámetros como por ejemplo el método de estimación de máxima verosimilitud o por otra parte, el algoritmo Music (Multiple Signal Classification) entre otros.

A pesar del buen funcionamiento de estos métodos de estimación, su aplicación a situaciones reales es bastante difícil por el hecho de que usualmente existe un número desconocido de señales incidentes simultáneamente sobre el arreglo de antenas, cada una de ellas con direcciones y amplitudes desconocidas, además las señales recibidas siempre están corrompidas por ruido.

El problema clásico en el procesado de señal de un arreglo es determinar la localización de una fuente radiante relativa a la localización del arreglo, es decir, el objetivo es estimar la dirección de arribo (DoA: direction of arrival) de una señal en la presencia de ruido y señales interferentes.

La agrupación o arreglo de antenas resuelve este problema explotando la separación espacial en la localización donde se originan las señales deseadas e interferentes.

Un aspecto de fundamental importancia dentro de cualquier sistema de antenas inteligentes lo constituye la estimación de la dirección de arribo (DoA), ya que a partir del conocimiento de este parámetro es posible determinar la posición angular de los usuarios activos con respecto a la estación base (figura 1).

El problema de la estimación del DOA, ha sido investigado ampliamente en sistemas de radar y sonar. Sin embargo, dentro del contexto de los sistemas de comunicaciones

inalámbricas, la estimación de la dirección de arribo representa un problema de mayor complejidad, dado que las fuentes pueden parecer espacialmente distribuidas debido a los dispersores cercanos al usuario.

Además, dichas fuentes pueden estar dotadas de movilidad por lo que es necesario realizar un rastreo en cada tiempo de muestreo. Un factor de sustancial importancia en la determinación de la dirección de arribo de las señales deseadas lo constituye el arreglo de antenas, ya que es a través de éste que se capta la información compleja del entorno espacial. A partir de la cual, es posible determinar la posición angular de las fuentes de interés [3].

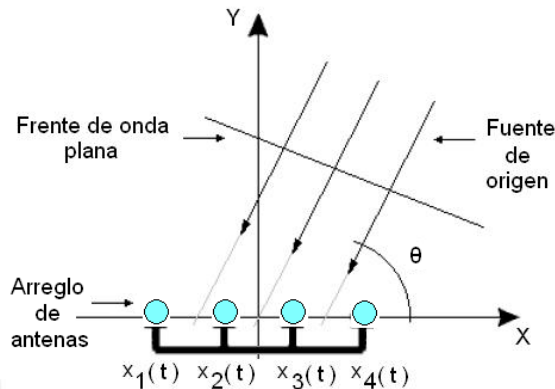


Fig. 1. Arreglo de antenas frente a una onda plana.

E. Algoritmo Music Espectral

Music es un algoritmo de alta resolución que permite detectar fuentes con una separación mínima hasta de 5 grados, está basado en el modelo de señal incidente y tiene la ventaja de poder aplicarse independientemente de la geometría del arreglo y para SNRs relativamente bajas (mayores a 5 dB).

El algoritmo Music espectral es un método sub óptimo que descompone la matriz de covarianza de la señal formando dos subespacios ortogonales, uno asociado a la señal y el otro al ruido, sobre los que se proyectan los potenciales vectores de dirección, tal que los máximos principales del espectro formado representen las direcciones verdaderas.

El procesamiento de este algoritmo es considerado uno de los más ligeros, computacionalmente hablando, por lo que es la técnica de DoA más utilizada, en la que, a partir de un modelo de datos de entrada se llega a representar un espectro espacial, ubicando en dirección de sus máximos a las fuentes activas. A partir del muestreo espacio-temporal realizado por la agrupación de antenas, el algoritmo Music forma la matriz de datos.

Además este algoritmo requiere de arreglos de antenas con el fin de crear una matriz de covarianza empleando las señales recibidas por el arreglo, lo cual implica el conocimiento del vector de dirección.

F. Funcionamiento algoritmo Music

Al ser muestreadas las señales que arriban a la agrupación de antenas, se evalúa junto con ellas, un parámetro de ruido, por lo que el modelo de datos de entrada al sistema puede expresarse como:

$$x(t) = A(\theta)s(t) + n(t) \quad (1)$$

O de manera matricial de la siguiente forma:

$$x(t) = \begin{bmatrix} a_{11}(\theta_1)e^{-j\omega_0\tau_1(\theta_1)} & \dots & a_{1d}(\theta_d)e^{-j\omega_0\tau_1(\theta_d)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1}(\theta_1)e^{-j\omega_0\tau_m(\theta_1)} & \dots & a_{md}(\theta_d)e^{-j\omega_0\tau_m(\theta_d)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1(t) \\ \vdots \\ s_d(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1(t) \\ \vdots \\ n_m(t) \end{bmatrix} \quad (2)$$

El algoritmo Music primero forma la matriz de datos, a partir del muestreo temporal de la superposición de señales, que arriben a cada sensor o elemento del arreglo de antenas. La matriz de datos de K muestreos para una ALU (Arreglo lineal uniforme) de M sensores es de dimensión $K \times M$.

Las columnas de la matriz de datos corresponden a la información espacial proporcionada por cada uno de los elementos del arreglo, mientras que las filas representan el muestreo temporal. Por lo tanto, la matriz de datos representa el punto de partida para determinar la dirección de arribo de las señales transmitidas por fuentes radiantes, un ejemplo de la matriz de datos se puede observar en la figura 2.

	ULA (M elementos)				
	1	2	3	4	M
	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_4(t)$	$x_M(t)$
t_1	0.4398	0.1370	0.2974	0.1939	0.7165
t_2	0.3400	0.8188	0.0492	0.9048	0.5113
t_3	0.3142	0.4302	0.6932	0.5692	0.7764
t_4	0.3651	0.8903	0.6501	0.6318	0.4893
t_5	0.3932	0.7349	0.9830	0.2344	0.1859
t_6	0.5915	0.6873	0.5527	0.5488	0.7006
t_7	0.1197	0.3461	0.4001	0.9316	0.9827
t_8	0.0381	0.1660	0.1988	0.3352	0.8066
t_9	0.4586	0.1556	0.6252	0.6555	0.7036
t_{10}	0.8699	0.1911	0.7334	0.3919	0.4850
t_{11}	0.9342	0.4225	0.3759	0.6273	0.1146
t_{12}	0.2644	0.8560	0.0099	0.6991	0.6649
t_{13}	0.1603	0.4902	0.4199	0.3972	0.3654
t_{14}	0.8729	0.8159	0.7537	0.4136	0.1400
t_{15}	0.2379	0.4608	0.7939	0.6552	0.5668
t_{16}	0.6458	0.4574	0.9200	0.8376	0.8230
t_{17}	0.9669	0.4507	0.8447	0.3716	0.6739
t_{18}	0.0099	0.0056	0.7313	0.5657	0.0589

Matriz de Datos

Fig. 2. Ejemplo matriz de datos.

En cada muestreo en el dominio del tiempo, se obtiene un total de M resultados correspondientes a la salida de señal compleja, de cada uno de los sensores que conforman el arreglo de antenas.

Cada uno de estos resultados representa una perspectiva diferente del entorno espacial a un determinado tiempo t. Esto quiere decir que, entre más muestras se tengan, mayor será la caracterización del entorno reunida en el conjunto de datos.

A partir de este muestreo espacio-temporal se obtiene la matriz de datos.

A partir de la matriz de datos X se deduce la matriz de covarianza R_{xx} . La matriz de covarianza se puede expresar como:

$$R_{xx} = E[\bar{x}(l)\bar{x}(l)^H] = \begin{bmatrix} \bar{x}_1(l)\bar{x}_1(l)^H & \bar{x}_1(l)\bar{x}_2(l)^H & \dots & \bar{x}_1(l)\bar{x}_M(l)^H \\ \bar{x}_2(l)\bar{x}_1(l)^H & \bar{x}_2(l)\bar{x}_2(l)^H & \dots & \bar{x}_2(l)\bar{x}_M(l)^H \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{x}_M(l)\bar{x}_1(l)^H & \bar{x}_M(l)\bar{x}_2(l)^H & \dots & \bar{x}_M(l)\bar{x}_M(l)^H \end{bmatrix} \quad (3)$$

En la matriz de covarianza R_{xx} el elemento ij equivale a la media del producto de los vectores columna x_i y x_j de la matriz de datos. Por lo que R_{xx} es una matriz de $M \times M$.

La matriz de covarianza proporciona un resumen útil de la relación que existe entre los datos obtenidos a partir del muestreo del arreglo de antenas.

La matriz de covarianza R_{xx} debe descomponerse de acuerdo a sus valores propios (eigenvalues) y vectores propios (eigenvectors) para formar la matriz de información espacial (figura 3).

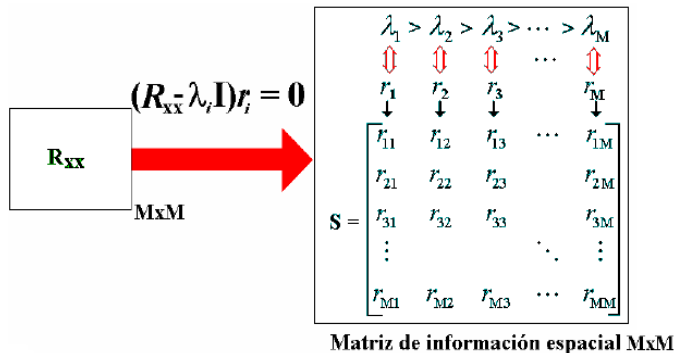


Fig. 3. Matriz de información espacial.

De la matriz de información espacial pueden separarse el subespacio de señal y el subespacio de ruido, al considerar dos subconjuntos de los vectores propios (respectivamente). Estos dos subespacios formados a partir de la matriz de observación espacial se pueden observar en la figura 4. La separación de estos subespacios se basa en el número de usuarios activos (fuentes), N .

De la matriz de correlación se aprovechan las siguientes propiedades:

1. El espacio abarcado por sus eigen-vectores puede ser particionado en dos subespacios, llamados el subespacio de señal y el subespacio de ruido.
2. Los vectores de dirección correspondientes a las fuentes direccionales son ortogonales al subespacio de ruido.

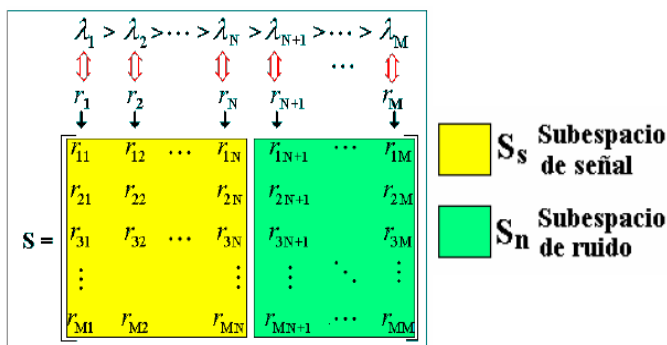


Fig. 4. Subespacio de señal y subespacio de ruido.

Es de resaltar que: el subespacio de ruido está formado por los eigen-vectores asociados con los menores eigen-valores de la matriz de covarianza, y el subespacio de la señal está formado por los eigenvalores asociados con los mayores eigen-valores [4].

Tanto del subespacio de ruido como del subespacio de señal pueden estimarse las direcciones de los N móviles dentro del entorno espacial, esto se logra hallando los máximos (picos) del espectro espacial dado por:

$$P_{música} = \frac{1}{|\bar{v}^H S_n|^2} \equiv P_{música} = |S_s \bar{v}^H|^2$$

Donde \bar{v} es el vector de dirección de la ALU (Arreglo Lineal Uniforme) y H representa la transpuesta del complejo conjugado.

Conforme el número de muestras tienda a infinito, los vectores propios del subespacio de ruido tenderán cada vez más a ser ortogonales al vector de dirección \bar{v} en dirección de θ_i , lo cual puede aprovecharse para estimar las direcciones de las N fuentes dentro del entorno espacial, de acuerdo a la siguiente expresión:

$$P_{música}(\theta) = \frac{1}{|\bar{v}^H S_n|^2}$$

III. IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO MUSIC EN MATLAB

El algoritmo Music anteriormente explicado, se implementó sobre la herramienta de simulación Matlab. En la figura 5 se puede observar un diagrama de bloques del procedimiento que se siguió, con el fin de realizar la estimación del DoA.

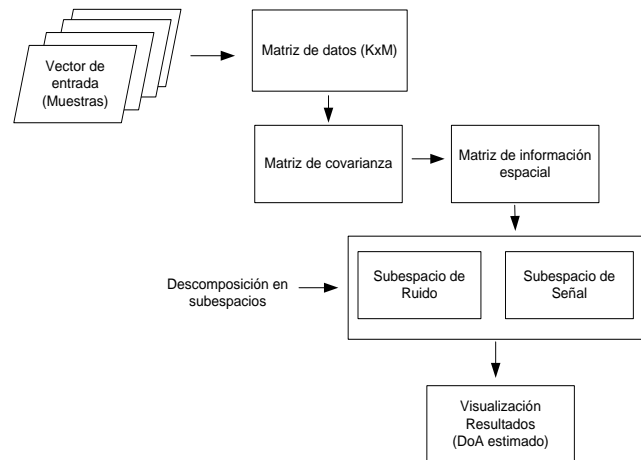


Fig. 5. Diagrama de bloques algoritmo Music.

El primer paso en la implementación del algoritmo bajo el entorno Matlab es realizar el muestreo para formar una matriz de datos de $K \times M$, siendo K el número de muestras a tomar y M el número de elementos presentes en el arreglo de antenas.

Ya que no se trabaja con datos reales tomados de antenas físicas, lo que se hace es generar un vector de muestras basado al modelo de datos de un ULA (Uniform Linear Array). El diagrama de bloques de la figura 6 ilustra cómo se llevó a cabo este primer paso en el entorno de Matlab, teniendo en cuenta que también se debe adicionar ruido a las muestras, para hacer el problema un poco más cercano a como ocurre en un ambiente real.

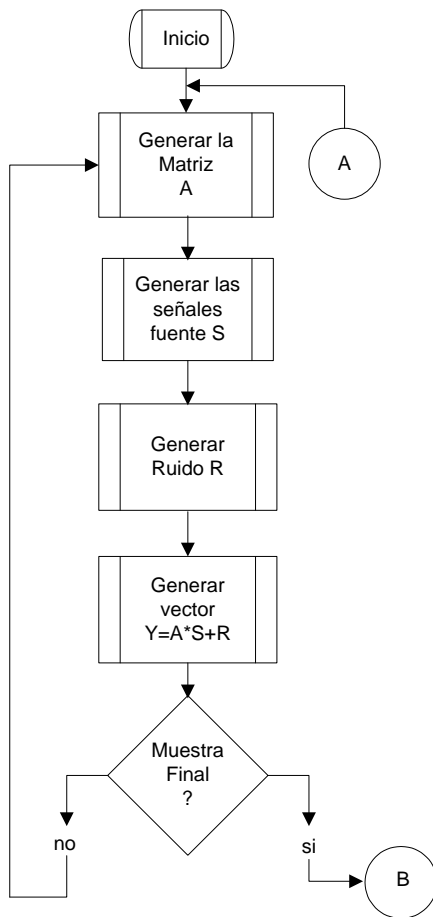


Fig. 6. Diagrama de bloques muestreo ULA.

Una vez que se ha realizado la simulación del muestreo de las señales presentes en el escenario controlable, el siguiente paso es formar la matriz de covarianza y descomponerla, esto se puede observar en la figura 7.

Hay que proseguir inmediatamente con la conformación de los sub espacios a partir de la descomposición de la matriz de covarianza, no es indispensable formar los dos sub espacios, generalmente se prefiere el sub espacio de señal porque éste presenta picos más definidos, lo que ayuda a identificar con mayor facilidad el ángulo estimado por el algoritmo Music.

Cuando se empieza a descomponer la matriz de covarianza se forman dos matrices como se observa en la figura 9, la primera (La matriz D) es una matriz diagonal que contiene valores propios y la segunda (La matriz V) contiene en sus columnas los vectores propios asociados.

En este punto se deben remover los componentes imaginarios, solo interesa la parte real.

Se termina este proceso de descomposición, ordenando los vectores propios y los valores propios de manera ascendente.

Se forma una matriz de resultados en la cual está almacenada la información de los vectores principales, aquellos que contienen el posible ángulo de llegada de la fuente de interés.

Como se observa en la figura 8 dependiendo del tipo de gráfica que se desee, se puede graficar los resultados en el plano cartesiano o en el plano polar, siendo el plano polar el que mayor facilidad de entendimiento ofrece.

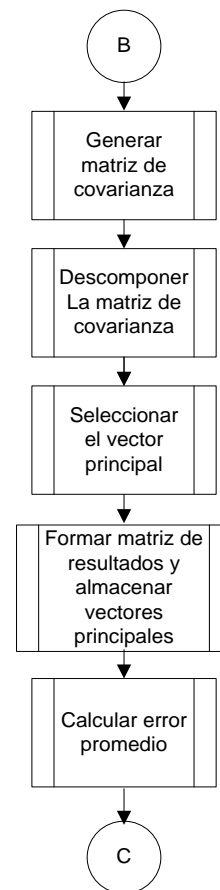


Fig. 7. Diagrama de bloques matriz de covarianza.

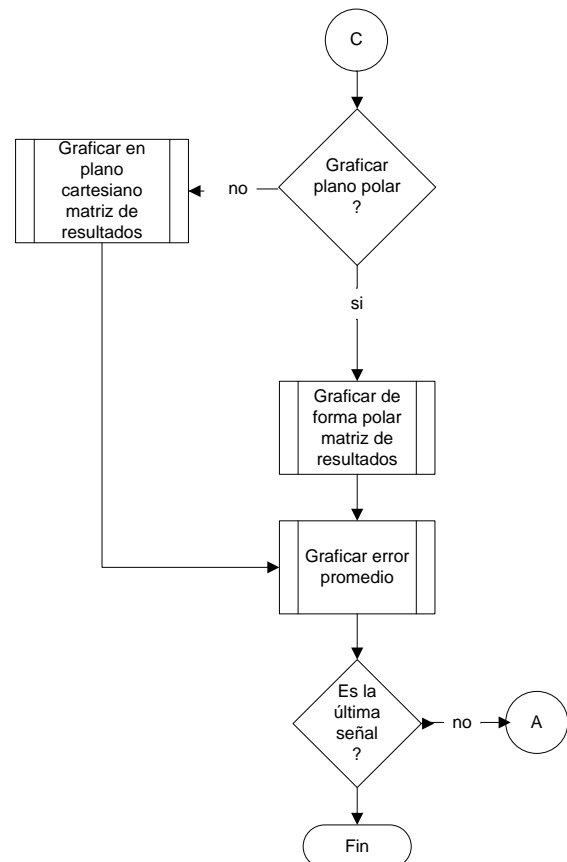


Fig. 8. Diagrama de bloques gráfica de resultados.

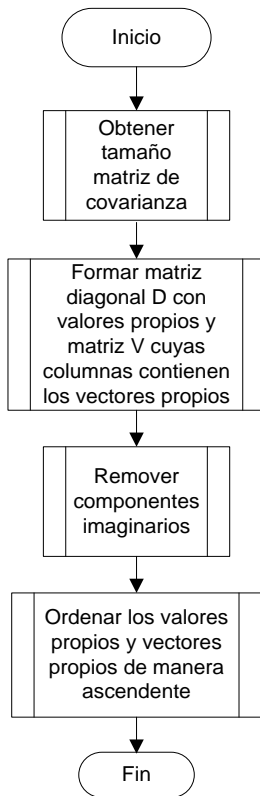


Fig. 9. Diagrama de bloques descomposición en subespacios.

También se puede graficar el error promedio y verificar si es la última señal presente, de no ser así entonces se vuelve al punto A para iniciar el proceso nuevamente y realizar todas las estimaciones de ángulos según la cantidad de fuentes.

IV. INTERFAZ GRÁFICA

Con el fin de visualizar los resultados obtenidos mediante el algoritmo Music de una manera más agradable y fácil de entender se ha diseñado la interfaz mostrada en la figura 10.

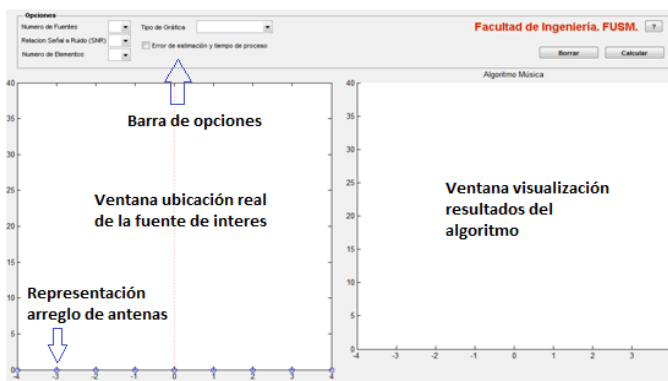


Fig. 10. Diseño interfaz gráfica de usuario para el algoritmo Music.

Este diseño cuenta con una barra de opciones en donde se especifican las condiciones de simulación, también, una ventana donde se ubican las posiciones reales de las fuentes de interés y una ventana de visualización de resultados por parte del algoritmo con el fin de comprobar que tan preciso es respecto a la ubicación real.

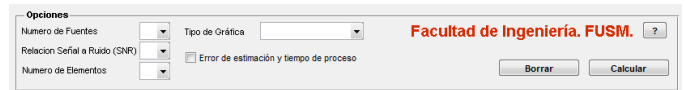


Fig. 11. Barra de opciones interfaz gráfica.

Los elementos de la barra de opciones en los cuales se especifican las condiciones de simulación se pueden observar en la figura 11:

- **Número de fuentes:** Hace referencia al número de fuentes de origen al cual el algoritmo Music va a determinar su dirección de arribo (DoA).
- **Relación señal a ruido (SNR):** Es una medida usada para cuantificar que tanto una señal ha sido corrompida por ruido. Si hay una mayor relación señal a ruido, los picos del algoritmo Music serán más definidos.
- **Número de Elementos:** Indica el número de sensores presente en el arreglo de antenas. Como condición para el correcto funcionamiento del algoritmo Music, el número de antenas debe ser mayor al número de señales a analizar.
- **Tipo de Gráfica:** El resultado del algoritmo Music se puede visualizar de dos maneras (Sub espacio de Ruido, Polar) siendo la gráfica polar la más clara.
- **Error de estimación y tiempo de proceso:** Hace referencia al error presentado por el algoritmo Music al determinar la dirección de arribo de alguna señal y a cuánto tiempo se demora determinando esta dirección.
- **Origen de la fuente:** En esta ventana, se posiciona en cualquier lugar de ella una fuente de origen a la cual se le va a determinar su DoA.
- **Resultados:** En esta ventana se visualizan los resultados del algoritmo Music, cuyo valor debe ser muy parecido al lugar original donde se posiciona la fuente de origen, para comprobar el correcto funcionamiento del algoritmo.

En la ventana de ubicación real de la fuente de interés, la escala del eje y esta en longitudes de onda, además los círculos azules son una representación visual del arreglo de antenas, tal como se puede observar en la figura 12.

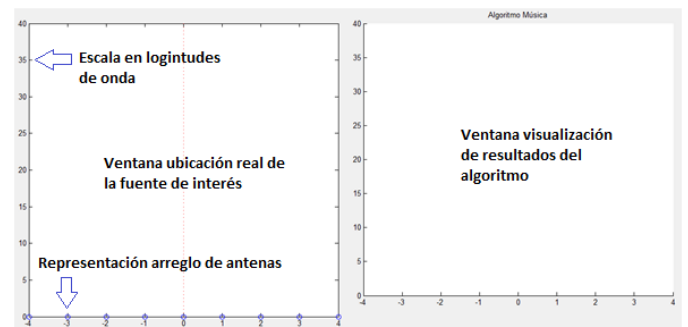


Fig. 12. Ventana de ubicación real de fuente de interés y ventana de resultados.

V. RESULTADOS

Usando distintos parámetros de simulación, se ejecutó el algoritmo Music, pudiendo observar los resultados en la interfaz gráfica para su análisis.

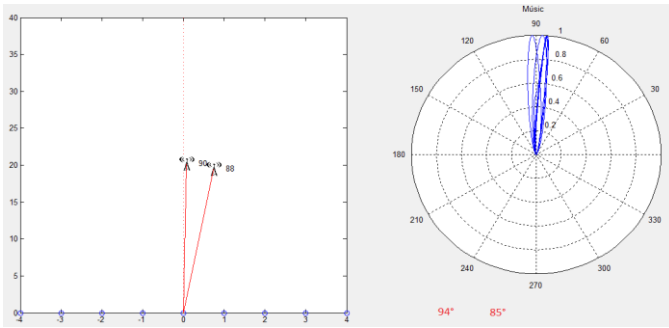


Fig. 13. Dos usuarios con una separación inferior a 5 grados.

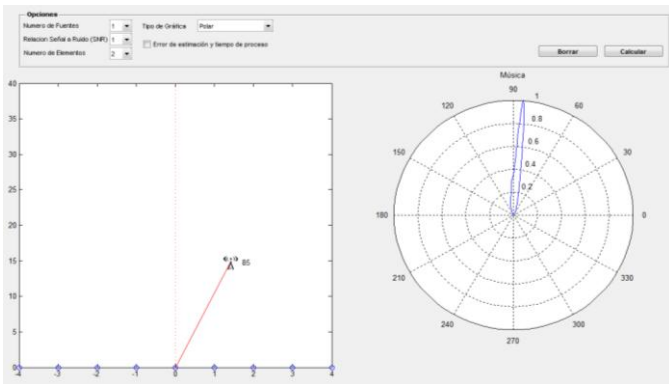


Fig. 14. Resultados con baja relación señal a ruido y pocas antenas.

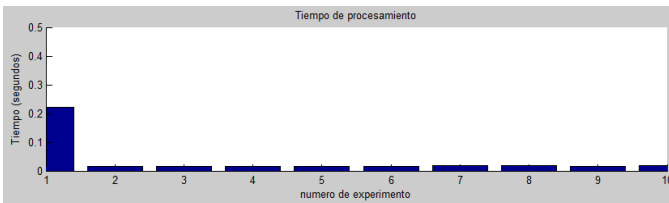


Fig. 15. Tiempo promedio de procesamiento del algoritmo Music.

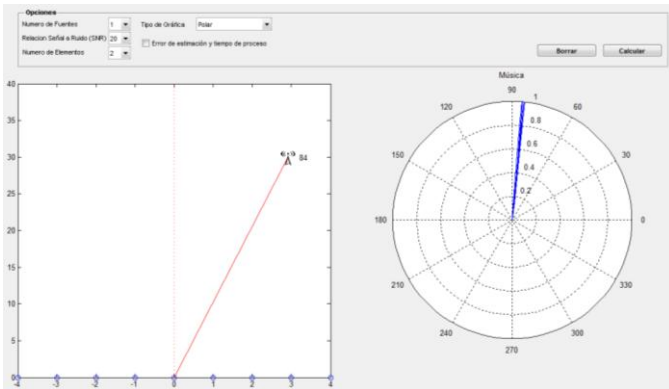


Fig. 16. Resultados con relación señal a ruido de nivel medio y 3 antenas.

Los resultados arrojan imágenes de distinta precisión del algoritmo Music basado en las condiciones de simulación especificadas. Entre mayor sea la relación señal a ruido y el número de antenas presentes en el arreglo sea mayor al número de señales incidentes, mayor será la resolución (precisión) del algoritmo. Se pueden apreciar los resultados con baja relación señal a ruido y pocas antenas (Figura 14), el tiempo promedio de procesamiento empleado (Figura 15) nivel medio de relación señal a ruido y 3 antenas (Figura 16) y la más alta relación señal a ruido y el máximo número de antenas (Figura 17).

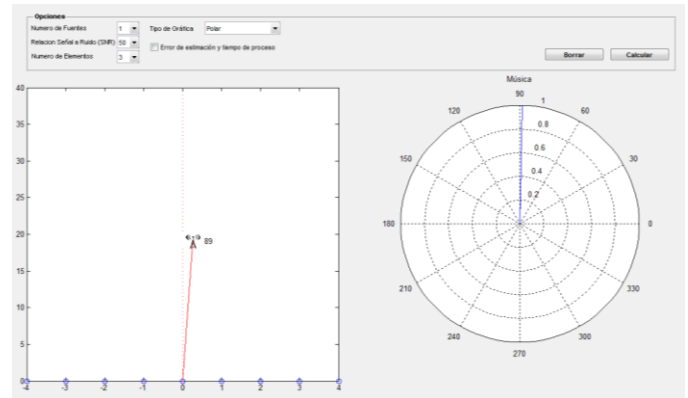


Fig. 17. Resultados con la más alta relación señal a ruido y 4 antenas.

VI. CONCLUSIONES

Cuando dos usuarios no cumplen con una separación mínima (de al menos 5 grados) la precisión del algoritmo Music se ve considerablemente afectada (como se puede observar en la figura 13) debido a que la hipótesis principal del algoritmo Music establece que en el mejor de los casos las señales de los usuarios de interés deben ser totalmente ortogonales, con coeficiente de correlación cero; o a lo más parcialmente correlacionadas, con coeficiente cercano a ± 1 . Por eso, los métodos que implican análisis propios (eigenanalysis) tal como el algoritmo Music, dejan de ser útiles cuando dos o más señales que inciden sobre el arreglo de antenas están altamente correlacionadas entre sí.

Los resultados obtenidos son adecuados debido a que el error es mínimo (aproximadamente 2 grados), siendo el punto de origen y la estimación dada por el algoritmo casi igual, tal como se pudo apreciar en la figura 14.

El tiempo de procesamiento empleado por el algoritmo es de aproximadamente 300 milisegundos (figura 15), lo cual es algo destacable en el algoritmo Music ya que tiene pocos requerimientos en hardware, un nivel computacional medio y entrega resultados bastante precisos. Aunque existen en la actualidad algoritmos con mayor resolución, el nivel computacional requerido es muy elevado.

REFERENCIAS

- [1] F. Gross, *Smart Antennas for Wireless Communications* vol. 1. Virginia: McGraw-Hill, 2005.
- [2] J. Solana. (2008, Amateur Radio Direction Finding. 1, 6. Available: www.xelrcs.org.mx/dxxe/ardf%20por%20e1yjs.pdf
- [3] C. L. Godara, *Smart Antennas* vol. 1. Washington, D.C.: CRC Press LLC, 2004.
- [4] D. Covarrubias, "Dirección de Llegada (DOA)," *Pontificia Universidad Católica del Perú*, vol. 1, p. 68, 2009.

Luis Carlos Castro Avendaño nació en Bogotá el 25 de Octubre de 1985. Estudiante de Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones de último semestre. Desarrolló el anterior proyecto de grado como requisito para optar el título profesional. Espera especializarse en redes.